Un modèle de tarification optimal pour l'assurance automobile dans le cadre d'un marché réglementé : application à la Tunisie

par Olfa N. Ghali

Cahier de recherche 01-09
Décembre 2001

ISSN : 1206-3290

L'auteure tient à remercier deux arbitres pour leurs commentaires et Mathieu Maurice pour son aide dans les estimations.

Un modèle de tarification optimal pour l'assurance automobile dans le cadre d'un marché réglementé : application à la Tunisie

par Olfa N. Ghali

Olfa N. Ghali est enseignante à l'Institut Supérieur de Gestion de Tunis, Université de Tunis.

Un modèle de tarification optimal pour l’assurance automobile dans le cadre d’un marché réglementé : application à la Tunisie

par Olfa N. Ghali

Résumé

L’objet de cet article est d’analyser le système de tarification de l’assurance automobile tunisien à l’aide d’un modèle de tarification optimal. Pour ce faire, nous utilisons un modèle de tarification basé sur les caractéristiques des individus et leur nombre d’accidents passés (Lemaire 1995, Dionne et Vanasse, 1992). Notre base de données, qui s’étale sur cinq ans (1990-1995) et contient 46 337 observations, nous a permis d’estimer, à partir de données annuelles et à l’aide des modèles de comptage (Poisson et binomiale négative), l’importance relative des facteurs qui expliquent le nombre d’accidents durant une période et de construire des tables bonus-malus optimales. Nous arrivons à la conclusion que d’autres variables que la puissance et l'usage des véhicules (qui sont utilisées comme seuls critères de tarification dans la régime actuel) sont significatives pour expliquer le nombre d’accidents (région de résidence de l’assuré, les garanties auxquelles il souscrit, la marque et l’âge de l’automobile) et que, par ailleurs, la table bonus-malus adoptée par le ministère des Finances n’est pas optimale.

Mots clés : Information privée, sécurité routière, bonus-malus, tarification de l’assurance automobile, modèles de comptage.

Abstract

This article is intended to analyze the Tunisian automobile insurance rating system, using an optimal rating model. In this regard, we apply a rating model based on the characteristics of policyholders and their number of past accidents (Lemaire 1995, Dionne and Vanasse 1992). Our data base is structured for a five-year period (1990-1995) and contains 46,337 observations, allowing us to evaluate, from annual data with the use of models for count data (Poisson and negative binomial), the relative importance of factors explaining the number of accidents during a period and to build up optimal bonus-malus tables. We come to the conclusion that other variables than the power and the use of vehicles (which are the two rating criteria in the actual regime) are significant to explain the number of accidents (insured residence, insured coverages, model and age of vehicles) and also, in other respects, that the bonus-malus table put in place by the ministry of Finance is not optimal.

Keywords : Private information, road safety, bonus-malus, automobile insurance rating, count data models.

INTRODUCTION

Le système de tarification automobile utilisé en Tunisie, instauré en 1993, se base essentiellement sur la puissance et l'usage de l'automobile, et d'un système bonus-malus pour la responsabilité civile. Il est réservé à l'usage privé et appliqué selon la même règle à tous les assurés par toutes les compagnies d'assurances.

Le principal problème de l'assurance automobile en Tunisie est le faible niveau des primes, déterminées par le ministère des Finances, pour les différentes catégories de véhicules en fonction de la hausse croissante des coûts. En règle générale, ce secteur connaît de longs délais dans les règlements des sinistres et est affecté par des problèmes de manque de clarté et de différends (les délais de dédommagement sont très longs) entre assureurs et assurés.

Nous nous proposons, dans cette étude, de formaliser un modèle optimal de tarification basé sur les caractéristiques des assurés (un modèle a priori) et sur le nombre d'accidents passés des individus (un modèle a posteriori), afin d'ajuster les primes individuelles selon le degré de risque intrinsèque à travers le temps, de sorte que chaque assuré paye une prime proportionnelle à sa fréquence d'accident et que l'assureur soit financièrement équilibré. Le modèle utilisé s'inspire de deux recherches à ce sujet (Lemaire, 1995 ; Dionne et Vanasse, 1992).

Les données sur lesquelles nous allons nous baser pour constituer notre modèle sont celles d'une compagnie d'assurances privée qui détenait plus de 7 % du marché d'assurance automobile en 1994 et dont la clientèle était distribuée dans toutes les régions du pays. Cette base de données s'étale sur cinq ans (1990-1995) et est composée des variables suivantes: sexe, région de résidence (gouvernorat), puissance de l'automobile, marque de la voiture, nombre d'accidents, ... Elle nous permettra d'estimer, à partir des modèles de comptage (Poisson et binomiale négative), l'importance relative des facteurs qui expliquent le nombre d'accidents durant une période et de construire des tables bonus-malus optimales.

Les bonus-malus ont été introduits dans la littérature économique avec l'apparition des contrats d'assurance sur plusieurs périodes. Ces contrats sont justifiés, en général, par la présence d'asymétrie d'information entre assurés et assureurs (sélection adverse et risque moral). Le bonus-malus est un mécanisme qui ajuste les paramètres des contrats d'assurance en fonction de l'expérience passée des assurés. Par exemple, on peut ajuster la prime selon les accidents passés des individus ou le nombre de points d'inaptitude accumulés (Dionne et Vanasse, 1992, 1997). C'est une tarification a posteriori qui révise la tarification a priori, en ajustant l'information des critères de classification des risques. En effet, l'expérience montre que l'utilisation des variables observables pour estimer le risque d'un assuré ne fournit pas toujours une segmentation assez précise de la population. Les classes de risque sont encore hétérogènes après tarification a priori. Le système bonus-malus permet d'améliorer la tarification a posteriori en utilisant l'information révélée par les accidents passés de l'assuré, et donc de rendre les classes de risque plus homogènes. Il permet aussi de maintenir les incitations à la prudence et de réduire les inefficacités associées au risque moral (Boyer et Dionne, 1989 ; Henriet et Rochet, 1991 ; Bressand, 1993 ; Dionne et al., 1992, 1997).

La justification de l'utilisation du bonus-malus est aussi associée à l'équité, qui consiste à faire payer aux assurés des primes correspondantes à leur niveau de risque (Lemaire, 1985 ; Dionne et al., 1992,1997).

La méthodologie utilisée pour estimer la fréquence d'accidents individuelle est celle proposée par Dionne et Vanasse (1992), qui consiste à utiliser des modèles de distribution Poisson et binomiale négative (voir aussi Van Eeghen, Greup, and Nijssen, 1983 ; Ferreira, 1974 ; Van Der Laan, 1988 ; Cameron et Trivedi, 1986) avec composante de régression, afin d'utiliser toute l'information disponible sur l'individu dans l'estimation de la distribution d'accidents. Elle permet également de développer un système bonus-malus qui intègre en même temps l'information a priori et a posteriori sur une base individuelle.

Notre apport personnel, dans cette étude, consiste, après avoir testé ce genre de modèle sur des données tunisiennes, à intégrer d'autres variables de tarification a priori (marque, puissance, âge de l'automobile et types de garanties auxquelles l'assureur souscrit) et de comparer la table bonus-malus optimale à celle appliquée par le ministère des Finances.

L'article est divisé en huit sections. La section 1 décrit le système bonus-malus tunisien, la section 2 présente les modèles économétriques de comptage pour la distribution d'accidents utilisés comme modèle d'estimation, la section 3 est consacrée à la description des données et variables, la section 4 explique comment sont construites les variables et quelles sont leurs significations, la section 5 décrit nos attentes vis-à-vis des signes des coefficients de l'estimation économétrique. La section 6 présente les résultats des analyses économétriques et leurs interprétations. La section 7 décrit le modèle de bonus-malus optimal établi par Dionne et Vanasse (1992) et, enfin, la section 8 est une application du modèle de la section 7. La conclusion résume les résultats obtenus et aborde des suggestions pour des études ultérieures.

DESCRIPTION DU MARCHÉ DE L'ASSURANCE AUTOMOBILE EN TUNISIE

Avec un très faible taux de pénétration,1,7% du P.I.B. seulement (contre 6,7% U.E.), l'assurance en Tunisie connaît un développement très marginal, qui contraste avec un potentiel assurable énorme.

24 compagnies d'assurance exercent en Tunisie, dont 17 sont résidentes et 7 ne le sont pas. Parmi les sociétés résidentes, on compte 11 compagnies d'assurances multi-branches, 3 sociétés spécialisées dans l'assurance vie, deux autres dans l'assurance crédit à l'exportation et une dans la réassurance.

Tous les produits d'assurance stagnent, hormis l'assurance automobile. Il est à l'origine (de 1979 à 1998) de 295,2 millions de dinars de déficit pour tout le secteur, soit 32,59 % des émissions de la branche et 9,17 % de l'ensemble des émissions. Pour certains assureurs, cette situation est due à une conjonction de plusieurs facteurs. Dans un premier temps, le prix des assurances a stagné entre 1968 et 1975, alors que le prix des voitures et le montant des indemnisations ont explosé. Ensuite, la révision très modérée des prix depuis 1975 n'a pas changé grand chose, même si la prime moyenne est passée de 100 dinars en 1987 à 189 dinars en 1998, une augmentation de 85 %. Mais cette hausse est insuffisante. Pour arrêter l'écart entre les indemnisations et le chiffre d'affaire de la branche, on estime qu'il faut relever la prime minimale (responsabilité civile) de 25 à 30 %, ce qui est très loin de l'augmentation de 8,08 % de 1999.

Au regard de l'entreprise de l'assurance, cette branche s'accompagne de certaines contraintes liées à la gestion du risque, dont la maîtrise lui échappe.

Les primes responsabilité civile sont, en effet, fixées par le ministère des Finances et les indemnisations par les magistrats ; l'assureur gère ce risque de manière passive, en ce sens où :

- d'une part, la tarification n'étant pas libre, il ne peut donc appliquer le taux technique, c'est-à-dire le prix du risque en fonction des résultats réels enregistrés ;

- d'autre part, les indemnisations n'étant pas établies par des barèmes, mais fixées par les magistrats, l'assureur ne peut provisionner correctement les sinistres en suspens, qui subissent souvent d'énormes fluctuations, puisque chaque juridiction est souveraine dans la détermination de l'incapacité, la valeur du point et le mode de calcul du préjudice matériel moral.

Par ailleurs, en Tunisie, le taux d'accident mortel est supérieur à la moyenne mondiale, selon une étude réalisée par la Banque mondiale sur le secteur des assurances en Tunisie (1995) : pour un million de véhicules en circulation et 9 089 000 d'habitants, la Tunisie aurait pu afficher une moyenne de 1 950 décès contre 304 en moyenne en Europe. Ces chiffres ont été obtenus par extrapolation : en 1996, il y a eu 10 209 accidents ayant fait l'objet d'un procès-verbal de police pour 665 000 véhicules en circulation, avec 1 297 décès constatés. On explique ce taux d'accidents mortels très important par l'âge moyen du parc (50 % des véhicules ont plus de 10 ans d'âge), son manque d'entretien, l'état des routes et, surtout, le manque de vigilance des chauffeurs.

DESCRIPTION DU SYSTÈME BONUS-MALUS TUNISIEN

En application de la circulaire 3/91 du 17 août 1991 du ministère des Finances, le système bonus-malus a été adopté le 1er janvier 1992, et appliqué le 1er janvier 1993.

Le système bonus-malus n'est applicable qu'aux véhicules relevant de l'usage «privé» ou «affaire». La prime d'assurance varie à chaque échéance principale du contrat. Elle est déterminée en multipliant la prime de base pour la responsabilité civile (fixée par le ministère des Finances selon la puissance de la voiture) hors taxes par un coefficient de réduction ou de majoration fixé conformément au tableau 1.

Tableau 1
Table bonus-malus tunisienne

Classes	Coefficients du niveau des primes
17	200
16	160
15	140
14	130
13	120
12	115
11	110
10	105
9	100
8	95
7	90
6	85
5	80
4	75
3	70
2	65
1	60

Au 1er janvier 1992, tous les assurés ont été mis au niveau de la classe 9. Les déplacements sur l'échelle des classes s'opèrent selon le mécanisme qui suit.

- L'assuré qui ne cause aucun accident durant une année d'assurance bénéficie d'un rabais de prime (bonus) de 5 %. La prime diminue ensuite de 5 % pour chaque année sans accident. Les rabais cumulés ne peuvent toutefois jamais dépasser 40 % de la prime de base.

- L'assuré subit une majoration de prime s'il est responsable d'un ou plusieurs accidents durant une année d'assurance. Cette majoration est de 10 % pour un accident, 30 % pour deux accidents et 100 % pour trois accidents et plus.

Le coefficient réduction-majoration acquis au titre du véhicule désigné au contrat est automatiquement transféré en cas de remplacement du véhicule ou en cas de changement d'assureur. Dans le cas où l'assuré ne peut pas justifier une assurance antérieure pour un véhicule en circulation, il est mis automatiquement à la classe 14, qui correspond au coefficient 130. Dans ce cas tout assuré qui dépasse la classe 14 dans la compagnie où il souscrit son assurance a intérêt de changer de compagnie d'assurance pour devenir inscrit comme nouvel assuré.

Les primes responsabilité civile en DT pour l'année 1998 (1 DT = 0,67 $US) pour l'usage privé et affaire suivant la classe bonus-malus sont représentées dans le tableau 2.

Tableau 2
Primes de responsabilité civile suivant la classe bonus-malus

Classe	1A2CV	3A4CV	5A6CV	7A10CV	11A14CV	>=15CV
17	101,400	118,800	150,600	168,000	217,400	260,800
16	81,120	95,040	120,480	134,400	173,920	208,640
15	70,980	83,160	105,420	117,600	152,180	182,560
14	65,910	77,220	97,890	109,200	141,310	169,520
13	60,840	71,280	90,360	100,800	130,440	156,480
12	58,305	68,310	86,595	96,600	125,005	149,960
11	55,770	65,340	82,830	92,400	119,570	143,440
10	53,235	62,370	79,065	88,200	114,135	136,920
09	50,700	59,400	75,300	84,000	108,700	130,400
08	48,165	56,430	71,535	79,800	103,265	123,880
07	45,630	53,460	67,770	75,600	97,830	117,360
06	43,095	50,490	64,005	71,400	92,395	110,840
05	40,560	47,520	60,240	67,200	86,960	104,320
04	38,025	44,550	56,475	63,000	81,525	97,800
03	35,490	41,580	52,710	58,800	76,090	91,280
02	32,955	38,610	48,945	54,600	70,655	84,760
01	30,420	35,640	45,180	50,400	65,220	78,240

Avant 1993, la prime tarifée pour la responsabilité civile était celle correspondant à la classe 09, c'est-à-dire qu'elle était essentiellement basée sur l'usage et la puissance de l'automobile, plus un rabais pour certaines catégories professionnelles.

En 1999, une augmentation moyenne de 8,08 % des primes, toujours basées sur la puissance et l'usage de l'automobile, a été apportée au tableau précédent en application d'une circulaire du ministère des Finances.

Par ailleurs, un système de permis à points, institué par le nouveau code de la route, est entré en vigueur le 1er février 2000. Avec cette nouvelle réglementation, le conducteur se voit retirer un certain nombre de points toutes les fois qu'il commet une infraction. Le nombre de points retirés dépend de la gravité de l'infraction. À partir de 14 points, le conducteur se voit retirer son permis de conduire. Ce nouveau système a rapidement subi une modification importante par un décret, le 13 avril 2000, portant le capital alloué au permis de 14 à 25 points.

MODÈLES ÉCONOMÉTRIQUES DE COMPTAGE POUR LA DISTRIBUTION D'ACCIDENTS

Ce type de modèle a fait son apparition dans l'analyse économique récemment. Gilbert (1979) a utilisé ce genre de modèle pour estimer le nombre de fois où on fait les courses pour une période donnée, Hausman, Hall et Griliches (1984), pour le nombre de brevets déposés par les firmes, Cameron et Trivedi (1986), pour le nombre de consultations chez le médecin, Boyer, Dionne et Vanasse (1992) pour le nombre d'accidents, Winkelman (1994), pour expliquer le nombre de fois où les individus changent d'emploi. Les modèles de comptage sont souvent utilisés en biologie, car les phénomènes s'apparentent à des lois particulières, comme dans le cas du nombre d'accidents d'un individu.

Le modèle de Poisson univarié (sans composante de régression)

Le nombre d'accidents dans lesquels un individu est impliqué durant une période donnée est une variable discontinue, qui prend des petites valeurs non négatives et entières. Il est donc logique de penser que la probabilité d'être impliqué dans un accident satisfait les conditions suivantes :

- la probabilité instantanée d'avoir un sinistre est proportionnelle à la longueur de la période considérée ;

- la probabilité instantanée d'un accident est constante sur la période considérée (le risque est stable dans le temps) ;

- la probabilité d'avoir plus d'un accident durant une période est faible ;

- les accidents sont indépendants entre eux.

La probabilité qu'un individu soit impliqué dans k accidents durant une période donnée est égale à :

$$P(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}, \qquad (1)$$

λ étant le paramètre de la loi de Poisson à estimer. Il représente la moyenne et la variance de la distribution.

Pour expliquer comment une telle variable discrète dépend d'autres variables, le modèle linéaire classique se révèle inadéquat pour principalement deux raisons : le nuage des observations n'a pas une forme adaptée à un ajustement linéaire (Gouriéroux, 1989), et l'hypothèse de normalité ne peut être posée, puisque la variable endogène prend un petit nombre de valeurs et ne peut pas prendre de valeurs négatives. La distribution de Poisson est traditionnellement retenue pour représenter la distribution des accidents, car elle satisfait ces hypothèses.

Le modèle binomial négatif

Utiliser une distribution Poisson pour représenter la distribution d'accidents d'un groupe d'individus suppose implicitement que les λ contiennent toute l'information pour expliquer la probabilité d'accident. Cette caractéristique est très restrictive.

Si, d'autre part, nous supposons que les λ ne contiennent pas toute l'information et que, pour un individu donné, la distribution d'accidents suit une distribution de Poisson, il est approprié de supposer que λ suit une distribution Γ de paramètre a et τ.

La fonction de distribution de λ est alors $f(\lambda)$:

$$f(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} \quad (2)$$

La moyenne est égale à $\frac{a}{\tau}$ et la variance à $\frac{a}{\tau^2}$. La fonction $\Gamma(a)$ est la fonction Gamma.

La probabilité qu'un individu choisi au hasard ait k accidents est définie de la façon suivante (Lemaire, 1985 ; Boyer et al., 1992) :

$$\begin{aligned} P(k/a,\tau) &= \frac{\int_0^\infty e^{-\lambda}\lambda^k f(\lambda)d\lambda}{k!} \\ &= \frac{\Gamma(a+k)\tau^a}{\Gamma(k+1)\Gamma(a)(1-\tau)^{k+a}} \end{aligned} \quad (3)$$

La moyenne est égale à $\frac{a}{\tau}$ et la variance est égale à $\frac{a}{\tau}(1+\frac{1}{\tau})$.

Les modèles de comptage avec caractéristiques des individus et leur application

Supposons que la variable K_i est le nombre d'accidents dans lequel un individu i est impliqué dans une période donnée. Si K_i est indépendante des autres variables $K_{i'}$ pour $i \neq i'$, l'ensemble de ces variables suit une loi de Poisson de paramètre λ_i.

La forme fonctionnelle qui relie le paramètre λ_i aux caractéristiques individuelles est :

$$\lambda_i = \exp(X_i\beta) \quad (4)$$

où β est un vecteur de paramètres (mx1) à estimer et λ_i correspond à la moyenne et à la variance. L'emploi de l'exponentielle nous permet d'avoir une moyenne et une variance non négatives, ce qui exclut les modèles de régression linéaires.

Ainsi, la probabilité qu'un individu i soit impliqué dans k_i accidents pendant une période considérée est donnée par :

$$P(K_i = k_i) = \frac{e^{-\exp(X_i\beta)} \exp(X_i\beta)^{k_i}}{k_i!}. \quad (5)$$

La fonction du maximum de vraisemblance est donnée par :

$$L(k_i, \beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\exp(X_i\beta)} \exp(X_i\beta)^{k_i}}{k_i!}. \quad (6)$$

La monotonicité de la fonction logarithmique nous permet de maximiser le simple logarithme plutôt que la fonction elle-même.

Étant donné que la fonction logarithmique du maximum de vraisemblance n'est pas linéaire en β, le système d'équation doit être résolu en utilisant un algorithme itératif, comme dans la méthode de Newton Raphson (Gouriéroux, 1989) :

$$\beta^{t+1} = \beta^{t} - \left[H\left(\beta^{t}\right)\right]^{-1} g\left(\beta^{t}\right), \quad (7)$$

où g(.) dénote le gradient de la fonction logarithmique de vraisemblance et β^t, une valeur arbitraire de début. La procédure d'itération se termine lorsqu'un critère de convergence est satisfait (le logiciel Limdep permet de procéder facilement à l'estimation de β).

La formulation précédente présente néanmoins deux inconvénients. D'une part, le modèle repose sur une hypothèse d'indépendance entre les événements successifs, et, d'autre part, l'espérance et la variance de k_i, sont égales par définition. De plus, les variables X_i expliquent à elles seules toutes les probabilités d'accidents. Ces deux propriétés ne correspondent pas toujours aux observations réalisées sur les accidents de la route.

Une solution pour remédier à ces problèmes est de supposer que le vecteur X_i des caractéristiques n'est pas suffisant pour capturer toutes les différences entre les individus et supposer que les caractéristiques additionnelles non observées peuvent être représentées par une variable aléatoire supplémentaire ε_i, de sorte que :

$$\lambda_i = \exp\left(X_i\beta + \varepsilon_i\right), \quad (8)$$

où ε_i représente diverses erreurs dans la spécification du paramètre λ_i telles que l'oubli de variables explicatives inobservables ou le degré d'aversion au risque.

La probabilité marginale qu'un individu i soit impliqué dans k_i accidents devient alors :

$$\int P\left[k_i / X_i, \varepsilon_i\right] h\left(\varepsilon_i\right) d\varepsilon_i = \int \frac{e^{-(X_i\beta+\varepsilon_i)} \exp\left(X_i\beta + \varepsilon_i\right)^{k_i}}{k_i!} h\left(\varepsilon_i\right) d\varepsilon_i \tag{9}$$

où $h(\varepsilon_i)$ est la fonction de densité de probabilité de ε_i, qui est la forme générale de la distribution de Poisson composée.

La forme particulière que nous allons considérer (Dionne et Vanasse, 1989) est d'écrire que :

$\lambda_i = \exp\left(X_i\beta + \varepsilon_i\right) = \exp\left(X_i\beta\right)\mu_i$ et en supposant que $\mu_i = \exp\left(\varepsilon_i\right)$ suit une fonction de densité Gamma :

$$f(\mu) = \frac{\mu^{a-1} e^{-a\mu} a^a}{\Gamma(a)} \tag{10}$$

avec une moyenne égale à 1 (la moyenne de ε_i étant supposé égale à 0) et une variance 1/a.

Étant donné que $E\left(\varepsilon_i\right) = 0_i$, la moyenne de λ_i sera $\exp(X_i\beta)$ et sa variance $\frac{1}{a}\exp\left(X_i\beta\right)^2$. En intégrant l'expression de la fonction de densité par rapport à la distribution d'accidents, nous trouvons :

$$\begin{aligned} P\left[K_i = k_i / X_i\right] &= \int \frac{e^{-\exp(X_i\beta)\mu_i} \left[\exp\left(X_i\beta\right)\mu_i\right]^{k_i} \mu_i^{a-1} a^{-a\mu_i} a^a d\mu}{k_i!\Gamma(a)} \\ &= \frac{\Gamma\left(k_i + a\right)}{k_i!\Gamma(a)} \left[\frac{\exp\left(X_i\beta\right)}{a}\right]^k \left[1 + \frac{\exp\left(X_i\beta\right)}{a}\right]^{-(k_i+a)} \end{aligned} \tag{11}$$

qui est l'expression de la distribution binomiale négative avec paramètres a et $\exp(X_i\beta)$. Sa moyenne est $E(K_i) = \exp(X_i\beta)$ et sa variance

$$V(K_i) = E(\lambda_i) \left[1 + E(\lambda_i) \operatorname{Var}(\varepsilon_i) \right], \tag{12}$$

qui est alors une transformation croissante et convexe de la moyenne (McCullagh et Nelder, 1983).

Les tests de spécification (Gilbert, 1979 ; Dionne et Vanasse, 1989 ; Cameron et Trivedi, 1986, 1990 ; Winkelman, 1994)

Les problèmes de spécification des modèles de comptage tournent autour de la violation de l'hypothèse d'égalité de la moyenne et de la variance du modèle de Poisson ; il est donc logique de partir du modèle de Poisson pour les tests de spécification.

Pour les modèles sans composante de régression, il s'agit de tester l'alternative :

$$H0\text{: Poisson } \alpha = 0$$

$$H1\text{: binomiale négative } \alpha > 0.$$

Nous allons considérer les tests utilisant les principes de Wald, du $x^2_{\text{Goodness of fit statistic}}$ et du ratio du maximum de vraisemblance. Ces deux derniers tests sont équivalents.

Données et variables

Notre base de données nous provient des fichiers «production automobile et sinistres» d'une compagnie d'assurances tunisienne importante, qui détient sept pour cent du marché de l'assurance automobile en Tunisie pour la période 1990 à 1995. Pour chaque assuré, nous avons pu dégager l'information suivante :

- le sexe ;
- le gouvernorat où il réside ;
- la puissance de son automobile ;
- la marque de sa voiture ;
- les garanties auxquelles il a souscrit (responsabilité civile, vol, incendie, dommages) ;
- l'âge de la voiture (nous ne disposons pas d'information sur l'âge pour toutes nos observations) ;
- la date des sinistres pour chacune des périodes 1990/1991, 1991/1992, 1992/1993, 1993/1994, 1994/1995) ;
- sa responsabilité dans le sinistre.

Afin d'éviter le problème des données manquantes, nous avons supprimé toutes les polices où il y avait un doute sur l'information reliée au sexe de l'assuré, à sa région de résidence, à la marque de son automobile ou bien aux dates de contrats.

Une fois les fichiers annuels nettoyés, le nombre d'observations retenues pour chaque année est de 7 549 pour la période 1990/91, 7 482 pour 1991/92, 9 641 pour 1992/93, 10 218 pour 1993/94 et 11 447 pour 1994/95.

La population de cette compagnie d'assurances devrait être représentative du comportement des conducteurs tunisiens, étant donné qu'elle détient des succursales dans presque tous les gouvernorats de la Tunisie et que les critères de tarification pour la responsabilité civile sont les mêmes pour toutes les compagnies. Il n'y a donc pas de concurrence de prix ou de marketing.

Par ailleurs, cette banque de donnée est intéressante, puisqu'elle nous permet d'avoir des statistiques individuelles sur plusieurs années (cinq ans) et, plus encore, elle nous permet d'étudier les fréquences d'accidents avant et après l'instauration du système bonus-malus (1992).

CONSTRUCTION ET SIGNIFICATION DES VARIABLES DU MODÈLE

En utilisant l'information contenue dans les fichiers de notre assureur privé, nous allons tenter de répondre à la question suivante : quel est le lien statistique entre le nombre d'accidents d'un individu, ses propres caractéristiques et les caractéristiques de son automobile ?

Dans cette partie, nous avons choisi de modéliser le risque d'accident automobile, quelle que soit la gravité de ceux-ci, mais en tenant compte du fait que l'assuré est responsable (le système bonus-malus tunisien se base sur la responsabilité civile).

La variable que nous tentons d'expliquer est la suivante (variable dépendante) : nombre d'accidents annuels avec responsabilité. C'est une variable discrète, prenant des valeurs non négatives, qui ne dépassent généralement pas cinq.

Ces variables explicatives sont décrites dans le tableau 3.

Tableau 3
Liste des variables utilisées dans l'analyse économétrique

Variable	Définition
Sexe	*Deux catégories dichotomiques*
SexeH	groupe masculin (groupe de référence)
SexeF	groupe féminin
Code ville	*13 variables catégories qui tiennent compte du gouvernorat dans lequel l'assuré habite (en réalité, la Tunisie est divisée en 23 gouvernorats, mais nous avons fait des regroupements de certains gouvernorats, étant donné le faible taux d'assurés appartenant à certaines régions). Le critère de regroupement est le ratio nombre d'accidents en 1993/ nombre d'habitants de la région. Les régions présentant des ratios semblables ont été groupées*
Cville1	le gouvernorat de Tunis est le groupe de référence
Cville2	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Sfax ; 0 sinon
Cville3	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Sousse ; 0 sinon
Cville4	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Nabeul ; 0 sinon
Cville5	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Bizerte ; 0 sinon
Cville6	1 si l'assuré habite le gouvernorat d'Ariana ; 0 sinon
Cville7	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Ben Arous ; 0 sinon
Cville8	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Monastir ; 0 sinon
Cville910	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Médenine ou de Béjà ; 0 sinon
Cville12	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Mehdia ; 0 sinon
Cv132023	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Gabès, Zaghouan ou Tozeur ; 0 sinon
Cv141517	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Jendouba, Kasserine ou SidiBouzid ; 0 sinon
Ck161819	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Kairouan, Kef ou Siliana ; 0 sinon
Cvil2122	1 si l'assuré habite le gouvernorat de Tataouine ou Kébili ; 0 sinon

Âge de la voiture	*Sept catégories dichotomiques qui nous donnent une idée de l'état de la voiture utilisée. Ces variables n'ont pas été utilisées dans toutes les régressions à cause du grand nombre d'observations manquantes*
Agev-3	voiture âgée de moins de trois ans (groupe de référence)
Agev3a5	1 si la voiture est âgée de 3 à 5 ans ; 0 sinon
Agev6a8	1 si la voiture est âgée de 6 à 8 ans ; 0 sinon
Agev9à11	1 si la voiture est âgée de 9 à 11 ans ; 0 sinon
Agev12à14	1 si la voiture est âgée de 12 à 14 ans ; 0 sinon
Agev15à17	1 si la voiture est âgée de 15 à 17 ans ; 0 sinon
Agev18P	1 si la voiture est âgée de plus de 18 ans ; 0 sinon
Marque de la voiture	*Sept catégories dichotomiques qui captent l'effet du pays d'origine de la voiture*
France	voiture française (groupe de référence)
Italie	1 si la voiture est d'origine italienne ; 0 sinon
Allemand	1 si la voiture est d'origine allemande ; 0 sinon
Anglaise	1 si la voiture est d'origine anglaise ; 0 sinon
Asie	1 si la voiture est d'origine asiatique (japonaise, coréenne, etc...) ; 0 sinon
Est	1 si la voiture est d'origine de l'ex-Europe de l'est (polonaise, russe...etc.) ; 0 sinon
Mardiv	1 si autre que les marques citées ci-dessus ; 0 sinon
Garantie	*3 catégories dichotomiques qui captent l'effet de protection de l'assuré*
Inc	1 si l'assuré assure sa voiture contre l'incendie ; 0 sinon
Vol	1 si l'assuré assure son automobile contre le vol ; 0 sinon
Dom	1 si l'assuré prend la garantie collision ; 0 sinon

Les trois dernières variables du tableau 3 peuvent être considérées comme des variables de protection de l'assuré et donnent une information a priori sur le risque de l'assuré ou sur son aversion pour le risque.

ATTENTES VIS-À-VIS DES SIGNES DES COEFFICIENTS

Dans cette partie, nous allons tenter d'anticiper les signes des variables explicatives du modèle en nous basant sur les statistiques agrégées du pays et les études antérieures faites à ce sujet.

En ce qui concerne la variable SexeF, nous nous attendons à ce qu'elle soit dotée d'un coefficient estimé de signe négatif car, d'après les statistiques de 1993 du ministère de l'Intérieur, seulement 3,31 % des accidents sont dus à la responsabilité civile des femmes. L'effet de la variable sexe est souvent relié à celui de l'âge de l'assuré (Dionne et Vanasse, 1992). Pour 1993, 29,96 % des accidents impliquent des jeunes âgés entre 20 et 30 ans, et 26,87 % impliquent ceux âgées entre 31 à 40 ans. Par contre, les accidents dont les personnes responsables sont âgées de plus de 41 ans sont en moyenne de 15 % et ne sont pas très importants par rapport aux accidents des gens qui ont moins de 20 ans, et qui représentent 12 % du total des accidents pour 1993 (il est à remarquer qu'en Tunisie, l'âge requis pour conduire est 20 ans). Mais comme nous ne détenons pas ce genre d'information, nous nous limiterons à l'impact de la variable sexe sur les fréquences d'accident.

Pour la variable Cville, nous nous attendons à ce que la plupart des signes des coefficients des variables soient négatifs et significatifs, hormis pour les régions Cville2 (Sfax), Cville3 (Sousse) et Cville4 (Nabeul), à cause de leurs particularités. En effet, le gouvernorat de Sfax est très mouvementé, aussi bien sur les plans économique, administratif et social, mais également à cause d'une autre particularité. En effet, cette région est caractérisée par un usage massif de véhicules à deux roues, comme les vélos et les motos, ce qui a un grand impact sur le nombre d'accidents automobiles. Sa situation géographique est aussi spéciale, puisque la route principale qui relie le nord au sud de la Tunisie traverse en long cette région.

En ce qui concerne les régions de Sousse et de Nabeul, situées sur la côte, elles génèrent des activités touristiques étrangères et tunisiennes très denses, surtout pendant la saison estivale, où le flux migratoire est très important.

Pour les variables marque et âge de la voiture, nous n'avons pas de prédiction a priori.

Les différentes variables reliées à la puissance de la voiture devraient présenter des coefficients positifs et significatifs, car plus la puissance est élevée, plus l'individu fera de la vitesse et provoquera ainsi plus d'accidents.

Les variables Inc et Vol ne devraient pas, a priori, nous donner d'idée sur le nombre d'accidents, puisqu'elles n'interviennent pas dans les activités de conduite de l'assuré et n'ont donc pas d'effet sur la probabilité d'accident. Elles peuvent cependant nous indiquer le degré de riscophobie de l'individu, car plus un individu est riscophobe, plus il prendra de garanties supplémentaires.

En ce qui concerne la variable Dom, son coefficient devrait être positif et significatif.

ESTIMATIONS ET INTERPRÉTATIONS DES RÉSULTATS

Pour les besoins de notre modèle, nous avons procédé à deux sortes d'estimations :

- des estimations qui ne tiennent pas compte des caractéristiques des assurés : Poisson univarié et binomiale négative univariée ;

- des estimations qui tiennent compte des caractéristiques des individus et de leur voiture : Poisson et binomiale négative avec composante de régression.

Toutes les estimations ont été faites avec la méthode du maximum de vraisemblance.

Résultats des estimations univariées

Le modèle de Poisson

Pour les cinq périodes considérées (1990/91, 1991/92, 1992/93, 1993/94, 1994/95), nous avons procédé à des estimations à l'aide du modèle de Poisson (voir annexe pour les estimations) et nous avons obtenu les résultats du tableau 4.

Tableau 4
Résultats des estimations à l'aide du modèle de Poisson univarié

Période	$\hat{\lambda}$	x^2 Goodnes of fit statistic	Likelihood ratio
1990/91	0,07074	50,49	- 2244,061
1991/92	0,08259	19,628	- 2194,329
1992/93	0,070736	8,637	- 2516,697
1993/94	0,074088	30,793	- 2770,741
1994/95	0,072861	80,807	- 3067,733

En utilisant les paramètres estimés, nous avons vérifié l'approximation des effets théoriques avec les effectifs observés. Nous avons obtenu de très mauvais résultats, puisque tous les $x^2_{\text{Goodness of fit statistic}}$ calculés (Gilbert, 1979; Dionne et Vanasse, 1989; Lemaire, 1985) nous ont conduits à rejeter la distribution Poisson, donc à rejeter l'homogénéité des individus.

Le modèle binomial négatif

Nous avons estimé les paramètres a et τ pour les cinq périodes et nous avons obtenu les résultats du tableau 5.

Tableau 5
Résultats des estimations à l'aide du modèle binomial univarié

Période	$\hat{a}$	$\hat{\tau}$	$x^2_{\text{Goodness of fit statistic}}$	Log Likelihood
1990/91	0,9445	11,228	1,52	-2232,939
1991/92	0,9538	11,548	0,0040	-2183,983
1992/93	1,3806	19,5176	0,041	-2511,578
1993/94	0,7655	10,332	0,049	-2753,939
1994/95	0,7160	9,827	1,155	-3047,120

Nous avons calculé les prédictions des fréquences d'accident à partir des paramètres estimés, que nous avons comparés aux observations (voir l'annexe pour les détails des calculs). Nous avons testé nos résultats avec le test du $x^2_{\text{Goodness of fit statistic}}$. Pour les cinq périodes, nous ne rejetons pas la binomiale négative.

Ces conclusions sont appuyées par le test du ratio du maximum de vraisemblance, qui consiste à calculer -2($LL_{Poisson}$-$LL_{Binomiale\ négative}$), que l'on compare à la valeur critique du test pour un niveau de confiance de 5 % ($x^2_{1,95\ \%}$ = 7,82).

Les valeurs des ratios pour les cinq périodes sont représentées dans le tableau 6.

Tableau 6
Valeurs des ratios du maximum de vraisemblance

Période	**Log-Likelihood ratio**
1990/91	22,224
1991/92	20,692
1992/93	10,238
1993/94	33,604
1994/95	41,226

Pour les cinq années, les ratios sont supérieurs à la valeur critique 7,82, d'où le non-rejet de la binomiale négative.

Par ailleurs, les $\alpha = \frac{1}{a}$ sont tous significatifs lorsqu'on leur applique un test de Wald H0 : Poisson $\alpha = 0$ vs H1: binomiale négative avec $\alpha \neq 0$.

Ceci revient à faire un test Student classique $T = \frac{\alpha}{\sqrt{Var\alpha}} \xrightarrow{\text{asymptotiquement}} N(0,1)$.

Le modèle binomial négatif représente donc bien la distribution d'accidents de notre échantillon. Avant de calculer les primes, il nous faut cependant intégrer à ce modèle les caractéristiques individuelles des assurés, afin d'isoler l'impact de chacune de celles-ci sur le nombre d'accidents. Cette méthode rejoint celle suggérée par Dionne et Vanasse (1989).

Résultats des estimations de la binomiale négative avec composante de régression

L'estimation des cinq périodes, en tenant compte des variables sexe, Inc, Vol, Dom, Puiss, Cville et Marque, nous a permis d'obtenir les paramètres $\hat{\alpha}$ et â du tableau 7.

Tableau 7
Résultats des estimations à l'aide du modèle binomial négatif
avec composante de régression

Période	$\hat{\alpha}$	**â**	**Log-Likelihood**
1990/91	0,72314 (2,902)	1,3828	-2168,766
1991/92	0,55019 (2,127)	1,8175	-2099,649

1992/93	0,34548 (1,452)	2,894	-2433,970
1993/94	0,79565 (3,030)	1,2568	-2661,596
1994/95	0,80964 (3,498)	1,235	-2922,675

Nous constatons que les $\hat{\alpha}$ estimés pour les cinq périodes sont tous significatifs à 95 %, sauf pour la période 1992/93, où il n'est significatif qu'à 90 %, et d'une manière unilatérale. Ceci est tout à fait confirmé lorsqu'on effectue un test de Wald (Cameron et Trivedi 1986).

Nous avons comparé les â avec la régression binomiale négative sans composante de régression et ceux obtenus avec la composante de régression (voir tableau 8).

Tableau 8
Comparaison des résultats avec la binomiale négative avec et sans composante de régression

Période	$\hat{a}_{\text{binomiale-négative univarié}}$	$\hat{a}_{\text{binomiale-négative multivarié}}$
1990/91	0,9445	1,3828
1991/92	0,9538	1,8175
1992/93	1,3806	2,894
1993/94	0,76552	1,2568
1994/95	0,7160	1,235

Nous constatons que les â du modèle binomial négatif avec composante de régression sont tous plus grands que les â du modèle univarié, autrement dit, que les $\alpha = 1/a$ estimés (qui représentent les variances du terme d'erreur ε pour chacune des périodes) sont plus élevés pour la binomiale univariée. On en conclut qu'une partie de la vraisemblance est bien expliquée par les variables a priori (sexe, région, etc..).

Par mesure de précaution, nous avons également utilisé les mêmes variables pour faire des régressions Poisson avec la méthode du maximum de vraisemblance et avons comparé les logarithmes de vraisemblance des régressions Poisson et binomiales négatives pour les cinq années. Les résultats obtenus sont au tableau 9.

Tableau 9
Résultats du test du ratio de maximum de vraisemblance des régressions entre le modèle de Poisson avec composante de régression et le modèle binomial négatif avec composante de régression

Année	$-2(LL_{\text{Poisson}}-LL_{\text{binomiale-négative}})$
1990/91	13,392
1991/92	8,314
1992/93	3,288
1993/94	17,746

1994/95	20,724

Sous l'hypothèse nulle, le test statistique est $-2(LL_{Poisson}-LL_{Binomiale\ Négative})$ et ce ratio est asymptotiquement distribué comme un x^2_1. Les valeurs critiques du x^2 sont, pour un niveau de confiance de 10 %, de 2,706 et, pour un niveau de confiance de 5 %, de 3,84. Pour la période 1992/93, nous rejetons le modèle de Poisson pour un niveau de confiance de 10 %, alors que pour les autres périodes, le modèle de Poisson est rejeté pour un niveau de confiance de 5 %. Nous avons également vérifié s'il y avait un gain à estimer le modèle binomial négatif avec une composante de régression par rapport à un modèle binomial univarié. Les calculs sont présentés dans le tableau 10.

Tableau 10
Résultats du test de ratio de vraisemblance entre le modèle binomial univarié et le modèle binomial avec composante de régression

Période	Log-Likelihood ratio
1990/91	128,346
1991/92	168,668
1992/93	155,216
1993/94	183,966
1994/95	248,89

Sous l'hypothèse nulle, le test statistique du ratio du maximum de vraisemblance est asymptotiquement distribué comme un x^2_{30}. Pour toutes les années, nous rejetons l'hypothèse du modèle binomial univarié. La valeur critique du test à un niveau de confiance de 5 % est de $x^2_{30,95\ \%} = 43,77$.

Le modèle basé sur la distribution binomiale négative avec composante de régression n'est pas rejeté, car il représente de façon significative la distribution d'accident de notre échantillon. D'autre part, il nous permet d'estimer la probabilité d'avoir k = 0,1... etc. accidents. Chaque coefficient obtenu par ce type de modèle s'interprète comme l'impact de la variable explicative sur le nombre d'accidents moyen estimé (voir Régression 4, en annexe).

En ce qui concerne les variables explicatives, la variable sexeF ne semble pas significative par rapport à sexeM, sauf pour l'année 1992. Ceci peut s'expliquer par le fait que notre échantillon est composé d'environ 25 % de femmes et 75 % d'hommes et que, d'autre part, nous n'avons pas d'information sur les groupes d'âge. Dionne et Vanasse (1992) ont obtenu des résultats de sorte que les hommes de moins de 35 ans ont moins d'accidents que le groupe de référence, les femmes âgées de moins de 19 ans. Ils ont aussi constaté que les hommes de moins de 35 ans n'ont pas plus d'accidents que le groupe de référence et, enfin, que les femmes de 35 et 65 ans représentent de faibles risques.

Les variables Inc et Vol ne sont pas significatives pour les cinq périodes, ce qui rejoint nos anticipations. En effet, s'assurer contre l'incendie et le vol ne modifie pas nos habitudes de conduite et ne diminue pas notre nombre d'accidents futurs. Par contre, ces variables peuvent nous renseigner sur le degré de riscophobie de l'individu.

La variable Dom est significative à 99 % pour toutes les périodes, sauf pour l'année 1990. Pour 1991/92, les individus qui s'assurent contre le dommage collision ont 2,5 fois plus de chances d'avoir des accidents par rapport à ceux qui ne prennent pas cette garantie, 3,35 fois plus en 1992/93, 2,72 fois en 1993/94 et, enfin, 2,95 fois en 1994/95. Ces résultats sont compatibles avec nos prévisions.

En ce qui concerne la variable Puiss, nous constatons que, d'une manière stable, les variables Puiss4 et Puiss5 ne sont pas significatives pour les cinq périodes par rapport à la variable Puiss-4 (groupe de référence). Les individus qui possèdent ce type de voiture n'ont donc pas plus d'accidents que ceux qui ont des voitures de puissance moindre.

La variable Puiss6 est significative pour les périodes 1990/91, 1992/93 et 1993/94. Puiss7, quant à elle, est significative pour les périodes 1990/91, 1991/92, 1993/94 et non significative pour les deux autres périodes. Puiss8 est significative pour toutes les années, sauf pour la période 1994/95. Puiss9 n'est significative que pour les années 1991/92 et 1993/94 et, enfin, Puiss10P est significative pour les périodes 1990/91, 1991/92 et 1992/93.

Nous pouvons donc conclure que les voitures de puissance de plus de 6 chevaux ont plus d'accidents que celles de moins de 4 chevaux, mais que le degré de risque des individus possédant ce genre de voitures n'est pas nécessairement croissant avec le degré de puissance de leur voiture, puisque les coefficients associés ne sont pas nécessairement croissants avec la puissance. Par exemple, pour la période 1993/94, les coefficients associés à la variable puissance augmentent pour Puiss6, diminuent pour Puiss7, remontent encore pour Puiss8, puis baissent à la Puiss9 et plus. Ceci peut dépendre de l'usage quotidien et non de l'automobile et de sa valeur monétaire. Un individu possédant une BMW 730 (Puiss11), sera plus prudent qu'un conducteur d'une Ford Escort (7 chevaux).

En ce qui concerne les régions (Cville), le signe associé aux coefficients des variables est toujours négatif, sauf quelquefois pour les régions 6 et 7, qui ont pour particularité d'être presque confondues avec la région de référence Tunis. La région 6 n'a d'ailleurs été significative que pour les périodes 1991/92, pour un niveau de confiance de 5 %, et pour l'année 1994, pour un niveau de confiance de 10 %. Quant à la région 7, elle n'a été significative que pour la période 1994/95.

La région de Sfax (Cville2) est significative pour toutes les années, sauf pour l'année 1994 (en 1994, d'après les statistiques, cette région a eu plus d'accidents au niveau agrégé que la région de Tunis).

La variable Cville3 (Sousse) est significative pour toutes les années, sauf pour la période 1990/91. Les variables Cville8, Cvil910, Cv132021, Cv141517 et Cvil2122 sont significatives pour les cinq périodes.

La région 12 n'est pas significative pour les périodes 1990/91 et 1994/95, et la variable Ck161819 n'a pas été significative pour les périodes 1993/94 et 1994/95. Ici, contrairement aux résultats obtenus par Dionne et Vanasse (1992) pour le Québec, nous confirmons l'usage de la zone géographique comme critère de tarification.

Concernant l'impact du pays d'origine de la voiture utilisée sur le nombre d'accidents, nous remarquons que l'origine de l'automobile n'explique pas le nombre d'accidents. La seule variable significative concernait les voitures fabriquées en Asie pour 1993/94, pour un niveau de confiance de 10 % et un signe négatif. Ce qui signifie que les voitures françaises ne sont pas impliquées dans plus d'accidents que les autres marques d'automobiles en Tunisie.

Nous avons repris les trois dernières périodes 1992/93, 1993/94, 1994/95, et nous avons fait des régressions en rajoutant des variables de classes d'âge des voitures. Les résultats obtenus sont présentés dans l'annexe (Régression 5).

Étant donné le manque d'observations concernant l'âge de l'automobile, nous avons perdu des assurés et nos observations annuelles ont été réduites à 7 542 (contre 9 641) pour 1992/93, 8 498 (10 218) en 1993/94 et 9 868 (11 447) en 1994/95.

Les $\hat{\lambda}$ estimés pour toutes les années sont très significatifs, selon un test de Wald.

Nous avons repris le mêmes observations pour chacune des périodes (lorsqu'on ajoute les classes d'âges) et nous avons refait nos régressions sans tenir compte des classes d'âges (Régression 6). Nous avons testé l'hypothèse de nullité de la variable âge de la voiture par l'intermédiaire d'un test du ratio de maximum de vraisemblance (Log-Likelihood ratio) et nous avons obtenu les résultats du tableau 11.

Tableau 11
Résultats du test du ratio du maximum de vraisemblance entre la régression sans l'âge de l'automobile et celle qui tient compte de l'âge

Période	$-2(LL_{\text{Régression sans l'âge}} - LL_{\text{Régression avec l'âge}})$
1992/93	9,65
1993/94	6,758
1994/95	17,776

À chaque fois, nous rejetons la régression sans l'âge pour un $x^2_{6,95\,\%} = 1{,}635$. La variable âge de l'automobile explique donc bien le nombre d'accidents.

DESCRIPTION D'UN SYSTÈME BONUS-MALUS OPTIMAL

Dionne et Vanasse (1992) ont critiqué les méthodes d'estimation proposées par Lemaire (1985), et Van Eeghen, Greup et Nijssen (1983), car les tarifications a priori et a posteriori sont traitées séparément, comme des problèmes complètement différents.

En effet, ce genre de modèle consiste à utiliser des modèles de régression linéaire en une première étape, pour identifier les variables de classes de risques, déterminer les classes de tarif et calculer les primes de base (modèle a priori). Dans une seconde étape, des modèles de distribution binomiale négative univariée sont utilisés pour estimer les fréquences d'accident et les primes de base sont ajustées en fonction du temps et des expériences passées des individus. Le modèle proposé par Dionne et Vanasse englobe les deux processus de tarification, a priori et a posteriori, dans la même analyse et sur une base individuelle. En effet, les estimations des fréquences d'accident sont basées sur le modèle binomial négatif avec composante de régression, qui nous donne, en une seule fois, les coefficients significatifs et nous permet de calculer les fréquences d'accident individuelles pour la période suivante du contrat, selon les coefficients significatifs associés aux caractéristiques des assurés.

Comme nous allons le démontrer dans cette partie, le modèle développé par ces économistes est optimal, car non seulement il utilise la théorie bayésienne, mais il est équitable, car il fait payer à chaque assuré une prime proportionnelle à ses sinistres. De plus, il est équilibré financièrement, c'est-à-dire que la moyenne des primes est égale à la prime actuarielle moyenne.

Notre apport personnel par rapport à ce modèle est, après l'avoir testé avec des données d'un pays très différent de la province du Québec aux points de vue de la réglementation et de la tarification, d'introduire des variables différentes reliées aux caractéristiques de la voiture utilisée (marque, puissance, âge de l'automobile, garanties souscrites).

Le théorème de Bayes

Si nous nous intéressons à la distribution a priori des accidents d'un individu ayant k accidents durant la période t, nous voulons vérifier, à l'aide du théorème de Bayes, que si la distribution a priori de λ est une Gamma de paramètres (a,τ), alors la distribution a posteriori est également une Gamma de paramètres $(a + \overline{Y}_i , a + \overline{\lambda}_i)$.

Supposons que la fréquence d'accidents d'un individu i pour la période j est $\lambda_i^j \left(X_i^j, \mu_i\right)$, fonction des caractéristiques de l'individu à la période j représentées par le vecteur $X_i^j = \left(X_i^{1j},..., X_i^{kj}\right)$. Supposons que la variable aléatoire μ_i a une fonction de densité de distribution $f(\mu_i)$. Supposons que Y_i^j représente le nombre d'accidents d'un individu i à la période j. L'assureur a besoin de calculer le meilleur estimateur de la vraie distribution du nombre d'accidents à la période t+1.

Si nous supposons que les i sont indépendants et identiquement distribués à travers le temps et que l'assureur minimise une fonction de perte quadratique, Dionne et Vanasse (1989) ont montré que le meilleur estimateur (sous des conditions similaires présentées par Lemaire 1985), est égal à :

$$\lambda_i^{t+1}\left(Y_i^1,..., Y_i^t; X_i^1,..., X_i^{t+1}\right) = \int_0^\infty \lambda_i^{t+1}\left(X_i^{t+1}, \mu_i\right) f\left(\lambda_i^{t+1} / Y_i^1,..., Y_i^t, X_i^1,..., X_i^t\right) d\lambda_i^{t+1} \qquad (13)$$

où, par le théorème de Bayes :

$$f(\lambda_i^{t+1}/Y_i^1,....,Y_i^t;X_i^1,....,X_i^t)=\frac{P((Y_i^1,....,Y_i^1)/\lambda_i^{t+1};X_i^1,....,X_i^t)f(\lambda_i^{t+1})}{\overline{P}((Y_i^1,....,Y_i^1)/X_i^1,....,X_i^t)} \tag{14}$$

et par définition :

$$\overline{P}\Big((Y_i^1,....,Y_i^t)/X_i^1,....,X_i^t\Big)=\int_0^\infty P\Big[\Big((Y_i^1,....,Y_i^t)/\lambda_i^{t+1},X_i^1,....,X_i^t\Big)\Big]f(\lambda_i^{t+1})d\lambda_i^{t+1}\,. \tag{15}$$

Lorsqu'on applique le modèle de distribution binomiale négative, la probabilité de la séquence ($Y_i^l,....,Y_i^t$), étant donné le vrai nombre espéré d'accidents à t+1 et les caractéristiques des individus, est une distribution Poisson à t dimensions.

$$P((Y_i^1,....,Y_i^t)/\lambda_i^{t+1};X_i^1,....,X_i^t)=\frac{e^{-\sum_{j=1}^{t}\lambda_i^j}\prod_{j=1}^{t}(\lambda_i^j)^{Y_i^j}}{\prod_{j=1}^{t}(Y_i^j!)} \tag{16}$$

où :

$$\lambda_i^j=\exp(X_i^j\beta)\mu_i\equiv\dot{\lambda}_i^j\mu_i\,. \tag{17}$$

La distribution non conditionnelle de $\left(Y_i^1,...,Y_i^t\right)$, lorsque μ_i suit une distribution Poisson avec une moyenne égale à 1 et une variance α=1 /a, est donnée par :

$$\overline{P}(Y_i^1,....,Y_i^t/X_i^1,....,X_i^t)=\frac{\Gamma\left(a+\overline{Y}_i\right)a^a\prod_{j=1}^{t}\dot{\lambda}_i^{j\,Y_i^j}}{\prod_{j=1}^{t}(\lambda_i^j!)\Gamma\left(a+\overline{\lambda}_i\right)^{\overline{Y}_i+a}} \tag{18}$$

où :

$$\overline{Y}_i=\sum_{j=1}^{t}Y_i^j\ \text{ et }\ \overline{\lambda}_i=\sum_{j=1}^{t}\dot{\lambda}_i^j\,. \tag{19}$$

Lorsqu'on utilise le théorème de Bayes, on vérifie que :

$$f(\lambda_i^{t+1} / Y_i^1,....,Y_i^t; X_i^1,....,X_i^t) = \frac{\left[a+\bar{\lambda}_i\right]^{\bar{Y}_i+a} e^{-\mu_i(a+\bar{\lambda}_i)} \mu_i^{a-1+\bar{Y}_i}}{\Gamma(a+\bar{Y}_i)} \tag{20}$$

correspond à une distribution Gamma avec paramètres $(a+\bar{Y}_i, a+\bar{\lambda}_i)$.

Ainsi, l'estimateur bayésien optimal de la fréquence d'accident d'un individu i est :

$$\lambda_i^{t+1}(Y_i^1,....,Y_i^t; X_i^1,....,X_i^t) = \dot{\lambda}_i^{t+1}\left[\frac{a+\bar{Y}_i}{a+\bar{\lambda}_i}\right]. \tag{21}$$

Lorsque t = 0 $\hat{\lambda}_i^1 = \dot{\lambda}_i^1 = \exp(X_i^1\beta)$, ce qui implique qu'à la première période, il n'y a qu'une classification a priori utilisée.

Un tel système de primes possède les propriétés suivantes.

- La prime ne dépend que du nombre total d'accidents sur les t années, et non de leur séquence.
- Ce système bonus-malus est financièrement équilibré, c'est-à-dire que $E(\dot{\lambda}_i^{t+1}) = \dot{\lambda}_i^{t+1} = \exp(X_i^{t+1}\beta)$ est égale à:

$$\int_0^\infty \sum_{Y_i^j}^{\infty} \dot{\lambda}_i^{t+1}\left[\frac{a+\bar{Y}_i}{a+\bar{\lambda}_i}\right] P((Y_i^{t+1},....,Y_i^t) / \lambda_i^{t+1}; X_i^1,....,X_i^{t+1}) f(\lambda_i^{t+1}) d\lambda_i^{t+1} \tag{22}$$

ce qui est équivalent à :

$$\dot{\lambda}_i^{t+1}\left[\frac{a}{a+\bar{\lambda}_i} + \frac{\bar{\lambda}_i}{a+\bar{\lambda}_i}\right] = \dot{\lambda}_i^{t+1}\left[\frac{a+\bar{\lambda}_i}{a+\bar{\lambda}_i}\right] = \dot{\lambda}_i^{t+1}. \tag{23}$$

Cet estimateur définit la prime pure et correspond à la formule du multiplicateur de tarif lorsque la prime de base est la fréquence a priori ($\dot{\lambda}_i^{t+1}$), et que le facteur bonus-malus est représenté par l'expression entre parenthèses. La valeur du facteur bonus-malus est égale à 1 dans l'équation (23), lorsque $E(\bar{Y}_i / X_i) = \bar{\lambda}_i$.

APPLICATION DU SYSTÈME BONUS-MALUS OPTIMAL

Le but de Dionne et Vanasse était de construire un système bonus-malus basé sur le nombre d'accidents passés et sur les caractéristiques des individus. Le but était donc d'ajuster les primes individuelles à travers le temps. Un tel système est optimal dans la mesure où chaque assuré aura à payer une prime proportionnelle à sa fréquence de réclamation et où les assureurs sont à l'équilibre financier.

Lorsqu'un nouvel assuré se présente à une compagnie d'assurances, celle-ci, ne connaissant pas le risque qu'il représente, suppose qu'il est dans la moyenne de la distribution des accidents de l'ensemble des assurés. Cette moyenne est égale à λ.

Supposons, par exemple, que la fréquence d'accident est en moyenne de dix pour cent. Si le coût moyen d'un accident est de 1 000 DT, la compagnie chargerait au nouvel assuré une prime actuarielle (on ne tient pas compte du facteur de charge de l'assurance) de 100 DT, correspondant à la prime en période 1, soit P1.

Par la suite, utilisant l'expérience passée de l'individu comme ses accidents, la prime a posteriori après t périodes deviendra une fonction de t et de k, le nombre total d'accidents au dossier de l'assuré.

$$P_{t+1} = 1000\dot{\lambda}_i^{t+1}\left[\frac{a + \overline{Y}_i}{a + \overline{\lambda}_i}\right] \tag{24}$$

$1000\dot{\lambda}_i^{t+1}$ correspond à la prime de base et $\left[\frac{a + \overline{Y}_i}{a + \overline{\lambda}_i}\right]$ est le facteur bonus-malus.

Ce système bonus-malus, basé sur le principe de la valeur espérée, est «optimal» du point de vue actuariel.

Nous avons commencé par utiliser les coefficients estimés de l'année 1992, sans tenir compte de l'âge de l'automobile et nous avons utilisé les coefficients significatifs pour calculer la fréquence estimée $\hat{\lambda}_i^{t+1}$ pour des individus représentant des caractéristiques différentes.

D'après nos estimations, un individu qui habite Tunis, possède une voiture française de quatre chevaux et ne prend pas la garantie DOM aura une fréquence d'accident estimée de :

$\dot{\lambda}_i^{t+1} = \exp(-2{,}8375) = 0{,}0586$, alors que la probabilité moyenne de ceux qui habitent Tunis est de 0,065419.

Par contre, un individu ayant les mêmes caractéristiques qui habite Béjà, toutes choses étant égales par ailleurs, aura une espérance mathématique d'accident évaluée à $\dot{\lambda}_i^{t+1} = 0{,}01950$ et la probabilité moyenne de ceux qui habitent cette région est de 0,02178.

Un troisième individu, habitant Sousse, aura une fréquence d'accident estimée à t+1 égale à $\dot{\lambda}_i^{t+1} = 0{,}0407$.

Cette estimation est tout à fait rationnelle, puisqu'en regardant les statistiques nationales de 1993 et de 1994, nous constatons que la région de Sousse a toujours plus d'accidents que celle de Béjà et moins que la région de Tunis.

Remarque :
Lorsqu'on utilise la régression sans l'âge de l'automobile, le coefficient $\dot{\lambda}_i^{t+1}$ ne change pas dans le temps, mais il reste en fonction des caractéristiques de l'individu qui sont significatives dans la régression binomiale négative.

Nous avons calculé les bonus-malus pour un individu qui habite Tunis et un autre qui habite Béjà et qui ont tous les deux des voitures françaises de puissance quatre chevaux et ne souscrivent que la garantie responsabilité civile. Nous obtenons les tables 12 et 13.

Tableau 12
Table bonus-malus pour un homme qui possède une voiture française de puiss4, habite Tunis et ne prend que la garantie responsabilité civile

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$	$\overline{Y}=6$
1992/93	1						
1993/94	0,98	1,32	1,66	2	2,33	2,67	3,01
1994/95	0,96	1,30	1,62	1,96	2,29	2,62	2,95
1995/96	0,94	1,27	1,59	1,93	2,24	2,57	2,90
1996/97	0,92	1,24	1,56	1,88	2,20	2,523	2,84
1997/98	0,91	1,22	1,54	1,85	2,16	2,47	2,79

Tableau 13
Table bonus-malus pour un homme qui possède une voiture française de puiss4, habite Béjà et ne prend que la garantie responsabilité civile

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$	$\overline{Y}=6$
1992/93	1						
1993/94	0,99	1,33	1,68	2,02	2,37	2,71	3,05
1994/95	0,986	1,327	1,67	2,01	2,35	2,69	3,03
1995/96	0,98	1,32	1,66	1,996	2,33	2,67	3,01
1996/97	0,97	1,31	1,65	1,98	2,32	2,66	2,99
1997/98	0,967	1,30	1,63	1,97	2,30	2,64	2,97

Si nous supposons que le coût moyen des sinistres est de 1 000 DT et que nous voulons calculer les tables de primes pour les deux assurés cités ci-dessus, les primes devant être payées par les deux assurés, selon leur nombre de sinistres antérieurs, sont présentées dans les tableaux 14 et 15.

Tableau 14
Table de primes pour un homme qui habite Tunis

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$	$\overline{Y}=6$
1992/93	58,6						
1993/94	57,43	77,35	97,28	116,96	136,54	156,46	176,50
1994/95	56,32	76,18	94,93	114,68	134,13	153,53	173,04
1995/96	55,24	74,42	93,17	113,04	131,56	150,60	169,76
1996/97	54,20	72,94	91,65	110,40	129,09	147,85	166,60
1997/98	53,21	71,55	90,01	108,35	126,75	145,09	163,55

Tableau 15
Table de primes pour un homme qui habite Béjà

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$	$\overline{Y}=6$
1992/93	19,5						
1993/94	19,36	25,93	32,74	39,43	46,14	52,82	59,51
1994/95	19,24	25,88	32,53	39,17	45,82	52,47	59,12
1995/96	19,11	25,70	32,32	38,92	45,51	52,12	58,73
1996/97	18,99	25,54	32,11	38,67	45,22	51,79	58,34
1997/98	18,86	25,37	31,88	38,41	44,94	51,44	57,97

Nous constatons que les coefficients malus sont supérieurs pour l’assuré qui habite Béjà mais qu’il paie une prime moindre, étant donné sa caractéristique régionale. Nous avons par ailleurs établi une table de facteurs bonus-malus similaire à celle présentée pour la règle bonus-malus instaurée par le ministère des Finances (tableau 16). Nous la comparons à la table calculée pour l’assuré qui habite Tunis (tableau 17). Nous constatons que les deux tables tendent à se rapprocher pour un nombre d’accidents moyen $\overline{Y}=3$, mais qu’à partir de $\overline{Y}=4$, l’application de la tarification avec bonus-malus généralisée nous donne d’autres niveaux de primes, étant donné la distribution des fréquences d’accidents réclamés à travers la période. La table du ministère des Finances, quant à elle, atteint un plafond. La table du ministère est donc incomplète ; son échelle de mécanisme bonus-malus devrait s’étendre plus et elle devrait tenir compte des caractéristiques individuelles, plutôt que de s’en tenir à la puissance de l’automobile comme critère de tarification.

Tableau 16
Table de coefficients bonus-malus selon le système de tarification du ministère des Finances pour la responsabilité civile

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$	$\overline{Y}=6$
1992/93	1						
1993/94	0,95	1,1	1,3	2	2	2	2
1994/95	0,90	1,05	1,25	1,95	1,95	1,95	1,95
1995/96	0,85	1	1,20	1,90	1,90	1,90	1,90
1996/97	0,80	0,95	1,15	1,85	1,85	1,85	1,85
1997/98	0,75	0,90	1,10	1,80	1,80	1,80	1,80

Tableau 17
Table des coefficients bonus-malus calculés selon le système de tarification optimal

pour un assuré qui habite Tunis et possède une voiture française de puissance quatre chevaux (selon les résultats de la régression binomiale pour la période 1992/93)

	$\overline{Y} = 0$	$\overline{Y} = 1$	$\overline{Y} = 2$	$\overline{Y} = 3$	$\overline{Y} = 4$	$\overline{Y} = 5$	$\overline{Y} = 6$
1992/93	1						
1993/94	0,98	1,32	1,66	2	2,33	2,67	3,01
1994/95	0,96	1,30	1,62	1,96	2,29	2,62	2,95
1995/96	0,94	1,27	1,59	1,93	2,24	2,57	2,90
1996/97	0,92	1,24	1,56	1,88	2,20	2,52	2,84
1997/98	0,91	1,22	1,54	1,85	2,16	2,48	2,79

Nous avons effectué les mêmes calculs pour les périodes 1993/94 et 1994/95 et avons obtenu les résultats suivants.

Tableau 18
Table bonus-malus : coefficients calculés pour la période 1993/94

	$\overline{Y} = 0$	$\overline{Y} = 1$	$\overline{Y} = 2$	$\overline{Y} = 3$	$\overline{Y} = 4$	$\overline{Y} = 5$	$\overline{Y} = 6$
1993/94	1						
1994/95	0,96	1,73	2,50	3,27	4,04	4,8	3,01
1995/96	0,93	1,68	2,42	3,16	3,90	4,65	2,95
1996/97	0,90	1,62	2,34	3,06	3,78	4,50	2,90
1997/98	0,87	1,57	2,27	2,97	3,66	4,35	2,84
1997/98	0,85	1,52	2,20	2,88	3,55	4,22	2,79

Tableau 19
Table bonus-malus : coefficients calculés pour la période 1994/95

	$\overline{Y} = 0$	$\overline{Y} = 1$	$\overline{Y} = 2$	$\overline{Y} = 3$	$\overline{Y} = 4$	$\overline{Y} = 5$	$\overline{Y} = 6$
1993/94	1						
1994/95	0,94	1,70	2,47	3,23	3,99	4,75	3,01
1995/96	0,89	1,61	2,33	3,05	3,77	4,49	2,95
1996/97	0,84	1,53	2,21	2,89	3,57	4,42	2,90
1997/98	0,80	1,45	2,10	2,75	3,40	4,05	2,84
1997/98	0,76	1,38	2,00	2,62	3,24	3,85	2,79

Nous constatons que les tables de primes des deux dernières périodes sont différentes de celles de la période 1992/93, mais qu'elles se rapprochent entre elles. Ceci peut être dû aux effets de la règle du bonus-malus sur les individus. En effet, nous constatons que la stabilité des individus a beaucoup diminué après 1993. En effet, plusieurs assurés quittent la compagnie d'assurances considérée. Ceci peut s'expliquer par le fait que les gens qui atteignent des classes de malus supérieures à la classe 14 sortiront pour aller s'assurer dans une autre compagnie d'assurances qui, n'ayant aucun moyen de vérifier le nombre des sinistres antérieurs de ces individus, les mettra à la classe 14. Nous pouvons donc conclure que le ministère des Finances n'avait pas anticipé l'effet de la faille de sa loi concernant la classe 14.

Le système appliqué par le ministère des Finances diffère sur de nombreux points du modèle théorique.

- Les pénalités pour les accidents sont inférieures à celles déterminées par le modèle théorique. Par contre, les bonus sont supérieurs. Une année sans sinistre donne un bonus de 5 % et un sinistre donne une majoration de la prime de 10 %. Par contre, nous trouvons, avec le modèle optimal, que le coefficient du malus devrait être de 1,70 pour la période 1993/94 et le bonus de seulement 3,5 %.

- L'échelle des coefficients du ministère des Finances est bornée supérieurement.

- Les coefficients dépendent de l'ordre des accidents (un individu peut revenir à la classe 9, niveau de base, après deux années consécutives sans sinistre).

Bressand (1993) pense que ces éléments concourent tous à l'imposition aux bas risques d'une solidarité financière avec les hauts risques, car la prime moyenne versée par l'ensemble des assurés correspond à $\frac{a}{\tau}$; la prime de base à laquelle est appliqué le bonus-malus est alors supérieure à la fréquence moyenne de la population. Cette solidarité financière est nécessaire pour réduire la non-assurance, ainsi que la non-déclaration des accidents, surtout lorsqu'il s'agit de sinistres matériels de faible coût.

En nous basant sur les résultats obtenus par les régressions qui tiennent compte des variables de classe d'âge des automobiles, nous avons calculé des tables de bonus-malus et, par la suite, nous avons calculé des tables de primes.

Tableau 20
Table de bonus-malus pour un homme qui habite Tunis et possède une voiture allemande âgée de 2 ans en 1992

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$
1992/93	1					
1993/94	0,965	1,39	1,826	2,257	2,687	3,117
1994/95	0,933	1,350	1,766	2,183	2,598	3,015
1995/96	0,904	1,307	1,709	2,113	2,516	2,918
la variable classe d'âge varie						
1996/97	0,885	1,280	1,674	2,07	2,464	2,858
1997/98	0,867	1,254	1,642	2,03	2,414	2,801
1998/99	0,850	1,229	1,608	1,987	2,367	2,746

Tableau 21
Table de bonus-malus pour un homme qui habite Béjà et possède une voiture allemande âgée de 2 ans en 1992

	$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$
1992/93	1					
1993/94	0,988	1,428	1,869	2,3098	2,750	3,19
1994/95	0,977	1,413	1,848	2,283	2,718	3,15
1995/96	0,966	1,396	1,827	2,257	2,68	3,11
1996/97	0,959	1,386	1,814	2,241	2,66	3,09
1997/98	0,952	1,376	1,80	2,224	2,64	3,07
1998/99	0,945	1,367	1,787	2,208	2,62	3,05

Tableau 22
Table de primes pour un homme qui habite Tunis
et possède une voiture allemande âgée de 2 ans en 1992

		$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0520$	1992/93	52,000					
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0793$	1993/94	76,520	110,227	145,167	178,980	213,0791	247,178
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0793$	1994/95	73,986	107,055	140,0438	173,112	206,021	239,089
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0793$	1995/96	71,687	103,645	135,523	167,561	199,503	231,3974
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0520$	1996/97	46,02	166,564	85,384	107,64	128,128	145,667
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0520$	1997/98	45,084	65,208	83,616	105,56	125,528	142,792

Tableau 23
Table de primes pour un homme qui habite Béjà
et possède une voiture allemande âgée de 2 ans en 1992

		$\overline{Y}=0$	$\overline{Y}=1$	$\overline{Y}=2$	$\overline{Y}=3$	$\overline{Y}=4$	$\overline{Y}=5$
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}0172$	1992/93	17,220					
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}02623$	1993/94	25,915	37,456	49,023	60,586	72,1325	83,674
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}02623$	1994/95	25,626	37,063	48,473	59,883	71,293	82,6245
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=002623$	1995/96	25,338	36,617	47,922	59,201	70,296	81,575
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}01722$	1996/97	16,514	23,867	31,237	38,590	45,805	53,296
$\dot{\lambda}_i^{t+1}=0{,}01722$	1997/98	16,393	23,695	30,996	38,297	45,461	52,865

Dans ce cas, la fréquence estimée $\dot{\lambda}_i^{t+1}$ n'est pas constante, comme dans les autres tables calculées précédemment et elle est largement réduite lorsque la voiture vieillit.

Par exemple, cette fréquence passe de 0,0793 à 0,0520 à la cinquième année pour un individu qui habite à Tunis, car on passe de classe Agev3à5 à Agev6à8. Pour l'individu qui habite Béjà, cette fréquence est de 0,02623 au début de la période et devient 0,01722 après quatre périodes. Ceci nous permet donc de tirer la conclusion que les anciennes voitures sont impliquées dans moins d'accidents que celles qui sont plus neuves. Nous constatons également que, contrairement aux tables calculées auparavant, hormis la région de résidence, le temps et l'âge de la voiture ont un effet négatif sur la prime de l'individu.

CONCLUSION

En nous basant sur un modèle de tarification financièrement balancé qui tient compte des caractéristiques individuelles a priori et a posteriori, nous avons pu démontrer que le système de tarification automobile tunisien pour l'usage privé n'est pas efficace. En effet, la prime de base est réglementée par le ministère des Finances et le système bonus-malus ne tient compte que de la puissance et l'usage de la voiture comme critères de sélection entre les individus.

Cette étude avait par ailleurs l'objectif d'utiliser les modèles de comptage, dont l'usage est très récent, dans les problèmes micro-économiques. Les résultats obtenus sont très intéressants. Ils tendent à démontrer la non-optimalité du système de tarification tunisien. En effet, des variables autres que la puissance sont significatives pour expliquer le nombre d'accidents. Celles que nous avons pu dégager dans cette étude sont la région de résidence des assurés, les garanties auxquelles ils souscrivent et les caractéristiques de leur automobile (marque, puissance, âge).

Une avenue de recherche sera d'abord d'établir des tables bonus-malus qui tiennent compte de la gravité des accidents des individus et de tester l'impact des spécificités de la voiture sur les coûts d'accidents.

ANNEXE

Régression 1
Estimation de la distribution Poisson sans composante de régression
(Poisson univariée)

Variables	Coefficients estimés 1990/91	Coefficient estimés 1991/92	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94	Coefficients estimés 1994/95
Constante	-2,475	-2,494	-2,649	-2,602	-2,619
	(-62,382))	(-61,994)	(-69,172)	(-71,605)	(-75,641)
Nombre d'observations	7 549	7 482	9 641	10 218	11 447
Log-Likelihood	-2 244,061	-2 194,329	-2 516,697	-2 770,741	-3 067,733

Régression 2
Estimation de la distribution binomiale négative sans composante de régression

Variables	Coefficients estimés 1990/91	Coefficients estimés 1991/92	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94	Coefficients estimés 1994/95
Constante	-2,4755	-2,494	-2,649	-2,602	-2,619
	(-59,857)	(-59,531)	(-67,501)	(-68,472)	(-72,215)
ALPHA	1,059	1,049	0,72432	1,306	1,397
	(3,687)	(3,579)	(2,664)	(4,407	(4,858)
Nombre d'observations	7 549	7 482	9 641	1 0218	11 447
Log-Likelihood	-2 232,939	-2 183,983	-2 511,578	-2 753,939	-3 047,120

Régression 3
Estimation de la distribution Poisson avec composante de régression

Variables	Coefficients estimés 1990/91	Coefficients estimés 1991/92	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94	Coefficients estimés 1994/95
Constante	-2,886***	-3,260***	-2,839***	-3,110***	-2,574***
	(-10,233)	(-8,849)	(-10,659)	(-9,853)	(-9,484)
SexeM	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
SexeF	0,159	-0,123	-0,234**	-0,0698	-0,0407
	(1,156)	(-1,167)	(-2,228))	(-0,735)	(-0,470)
Inc	-0,238	0,203	0,0532	-0,0662	0,0567
	(-1,178)	(0,868)	(0,302))	(-0,446)	(0,395)
Dom	0,268	0,921***	0,1211***	1,004***	1,085***
	(1,109)	(5,661)	(7,646)	(6,489)	(7,525)
Vol	0,404**	0,159	0,127	0,319**	0,0140
	(2,100)	(0,747)	(0,736)	(2,121)	(0,101)
Puiss-4	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Puiss4	0,362	0,646*	0,164	0,412	0,211
	(1,328)	(1,848)	(0,622)	(1,353)	(0,821)
Puiss5	0,431	0,671*	0,272	0,484	0,0242
	(1,633)	(1,949)	(1,061)	(1,613)	(0,095)
Puiss6	0,634**	0,584	0,448*	0,717**	0,00132
	(2,276)	(1,625)	(1,682)	(2,344)	(0,005)
Puiss7	0,655**	0,836**	0,287	0,651**	0,180
	(2,436)	(2,389)	(1,093)	(2,142)	(0,690)
Puiss8	0,813***	0,803**	0,541**	0,940***	0,269
	(2,933)	(2,222)	(1,996)	(3,043)	(1,005)
Puiss9	0,460	0,989***	0,339	0,641*	0,205
	(1,522)	(2,681)	(1,158)	(1,951)	(0,721)
Puiss10P	0,678**	1,095***	0,531*	0,573*	0,185
	(2,137)	(2,895)	(1,736)	(1,661)	(0,636)
Cville1	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Cville2	-0,378***	-0,630***	-0,231**	-0,395***	-0,150
	(-2,915)	(-4,460)	(-1,989)	(-3,523)	(-1,517)
Cville3	-0,279*	-0,465***	-0,359*	-0,191	-0,531***
	(-1,768)	(-2,666)	(-1,948)	(-1,198)	(-2,955)
Cville4	-0,315	-0,777***	-0,857**	-0,947***	-0,807***
	(-1,531)	(-3,116)	(-3,019)	(-3,466)	(-3,427)
Cville5	-0,329	-0,451*	-0,468*	-8,865***	-0,219
	(-1,387)	(-1,759)	-1,765	(-2,821)	(-0,954)

Cville6	0,0356	-0,402**	0,0715	-0,0868	0,242*
	(0,215)	(-2,143)	(0,430)	(-0,544)	(1,831)
Cville7	-0,164	-0,147	0,216	0,00956	-0,333**
	(-0,955)	(-0,914)	(1,482)	(0,064)	(-2,005)
Cville8	-0,975***	-0,744***	-1,066***	-0,834***	-0,764***
	(-3,404)	(-2,876)	(-3,449)	(-3,323)	(-3,223)
Cvil910	-1,377***	-1,155***	-1,098***	-1,172***	-1,808***
	(-5,292)	(-4,538)	(-5,187)	(-5,503)	(-7,204)
Cville12	-0,443	-1,352**	-0,621*	-1,226**	-0,523
	(-1,306)	(-2,327)	(-1,725)	(-2,434)	(-1,546)
Cv132023	-0,462**	-0,894***	-0,528**	-0,798***	-0,901***
	(-2,308)	(-3,519)	(-2,557)	(-3,444)	(-3,948)
Cv141517	-1,776**	-1,510**	-1,155**	-0,680*	-1,502**
	(-3,052)	(-2,593)	(-2,287)	(-1,767)	(-2,574)
Ck161819	-1,060***	-1,333***	-0,503**	-0,314	-1,039***
	(-3,419)	(-3,474)	(-1,998)	(-1,476)	-3,815
Cvil2122	-1,925***	-2,804***	-1,055**	-0,808***	-1,794***
	(-3,306)	(-2,797)	(-2,543)	(-2,694)	(-4,269)
France	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Italie	-0,120	0,143	-0,0590	-0,200	-0,0551
	(-0,744)	(0,933)	(-0,371)	-1,239	(-0,369)
Allemand	0,0828	0,151	-0,0915	-0,0521	0,116
	(0,888)	(1,630)	(-1,007)	(-0,611)	(1,456)
Anglaise	0,0357	-0,102	0,363	-0,916	0,326
	(0,086)	(-0,225)	(1,071)	(-1,578)	(1,105)
Asie	-0,117	0,207	-0,665*	0,398*	0,268
	(-0,323)	(0,708)	(-1.709)	(1,730)	(1,203)
Est	0,411	0,232	0,234	0,627	-1,258
	(0,976)	(0,455)	(0,512)	1,724*	(-1,253)
Marqdiv	-0,685	-0,499	0,367	0,326	0,324
	(-1,174)	(-0,984)	(1,019)	(1,011)	(1,088)
Nombre d'observations	7549	7482	9641	10218	11447
Log-Likelihood	-2175,462	-2103,806	-2435,614	-2670,829	-2933,037

Régression 4
Estimation de la distribution binomiale négative avec composante de régression

Variables	Coefficients estimés 1990/91	Coefficients estimés 1991/92	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94	Coefficients estimés 1994/95
Constante	-2,889***	-3,264***	-2,8375***	-3,110***	-2,571***
	(-9,694)	(-8,193)	(-10,835)	(-9,105)	(-9,241)
SexeM	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
SexeF	0,1589	-0,122	-0,236*	-0,0692	-0,0338
	(1,439)	(-1,079)	(-2,155)	(-0,682)	(-0,369)
Inc	-0,225	0,204	0,0528	-0,0634	0,0619
	(-1,209)	(0,883)	(2,263)	(-0,394)	(0,390)
Dom	0,270	0,911***	1,210***	1,003***	1,084***
	(0,988)	(5,377)	(7,296)	(6,233)	(6,960)
Vol	0,391**	0,162	0,126	0,312*	0,00552
	(2,119)	(0,764)	(0,638)	(1,803)	(0,035)
Puiss-4	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Puiss4	0,364	0,650*	0,165	0,416	0,206
	(1,309)	(1,757)	(0,652)	(1,267)	(0,776)
Puiss5	0,435	0,669*	0,271	0,488	0,0206
	(1,601)	(1,838)	(1,095)	(1,513)	(0,079)
Puiss6	0,638**	0,586	0,447*	0,720*	-0,00327
	(2,215)	(1,540)	(1,710)	(2,193)	(-0,012)
Puiss7	0,654**	0,836**	0,290	0,649**	0,180
	(2,373)	(2,265)	(1,132)	(1,984)	(0,672)
Puiss8	0,815***	0,799**	0,540**	0,943***	0,265
	(2,819)	(2,098)	(2,062)	(2,835)	(0,954)
Puiss9	0,458	0.984**	0,340	0,637*	0,197
	(1.473)	(2,526)	(1,173)	(1,824)	(0,665)
Puiss10P	0,675**	1,091***	0,536*	0,580	0,183
	(2.092)	(2,739)	(1,785)	(1,540)	(0,600)
Cville1	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Cville2	-0,378***	-0,627***	-0,232**	-0,397***	-0,149
	(-2.822)	(-4,295)	(-1,875)	(-3,282)	(-1,431)
Cville3	-0,278	-0,460**	-0,363	-0,187	-0,527***
	(-1,676)	(-2,463)	(-1,912)	(-1,096)	(-2,720)
Cville4	-0,315	-0,780***	-0,859	-0,944***	-0,803***
	(-1,479)	(-3,080)	(-2,859)	(-3,559)	(-3,348)
Cville5	-0,327	-0,452*	-0,469*	-0,860***	-0,223
	(-1,367)	(-1,798)	(-1,760)	(-2,636)	(-0,937)
Cville6	0,0368	-0,402**	0,0745	-0,0923	0,244*

	(0,199)	(-2,052)	(0,439)	(-0,543)	(1,771)
Cville7	-0,157	-0,148	0,210	0,00717	-0,340**
	(-0,890)	(-0,870)	(1,413)	(0,043)	(-2,107)
Cville8	-0,973***	-0,747***	-1,066***	-0,832***	-0,755***
	(-3,198)	(-2,732)	(-3,337)	(-3,256)	(-3,158)
Cvil910	-1,374***	-1,155***	-1,100***	-1,172***	-1,810***
	(-5,016)	(-4,327)	(-5,139)	(-5,011)	(-6,697)
Cville12	-0,448	-1,349**	-0,622*	-1,225*	-0,532
	(-1,388)	(-2,246)	(-1,648)	(-2,338)	(-1,424)
Cv132021	-0,465**	-0,893***	-0,530	-0,796***	-0,903***
	(-2,129)	(-3,305)	(-2,332)	(-3,073)	(-3,782)
Cv141517	-1,777***	-1,507**	-1,155**	-0,683**	-1,512**
	(-2,931)	(-2,508)	(-2,201)	(-1,845)	(-2,398)
Ck161819	-1,062***	-1,330***	-0,508**	-0,316	-1,042
	(-3,182)	(-3,319)	(-2,043)	(-1,369)	(-3,644)
Cvil2122	-1,923***	-2,804***	-1,056	-0,808**	-1,795***
	(-3,223)	(-2,760)	(-2,456)	(-3,021)	(-4,105)
France	Cste	Cste	Cste	Cste	Cste
Italie	-0,119	0,150	-0,0602	-0,197	-0,0523
	(-0,671)	(0,908)	(-0,356)	(-1,158)	(-0,331)
Allemand	0,0843	0,151	-0,0916	-0,0521	0,122
	-(0,853)	(1,537)	(-0,998)	(-0,0579)	(1,456)
Anglaise	0,0331	-0,101	0,363	-0,915	0,327
	(0,069)	(-0,205)	(1,077)	(-1,471)	(1,023)
Asie	-0,109	0,213	-0,661	0,434*	0,279
	(-0,319)	(0,665)	(-1,616)	(1,687)	(1,133)
Est	0,424	0,216	0,235	0,628	-1,255
	(0,852)	(0,356)	(0,541)	(1,354)	(-1,209)
Marqdiv	-0,679	-0,485	0,375	0,339	0,305
	(-1,087)	(-1,104)	(0,932)	(1,012)	(0,799)
Alpha	0,723***	0,550**	0,345*	0,796***	0,810***
	(2,902)	(2,127)	(1,452)	(3,030)	(3,498)
Nombre d'observations	7549	7482	9641	10218	11447
Log-Likelihood	-2168.766	-2099.649	-2433.970	-2661.956	-2922.675

Régression 5
Estimation de la distribution binomiale négative avec composante de régression en tenant compte de l'âge de la voiture

Variables	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94	Coefficients estimés 1994/95
Constante	-2,753***	-2,954***	-2,570***
	(-8,618)	(-7,446)	(-8,446)
SexeM	Cste	Cste	Cste
SexeF	-0,184	-0,0684	-0,0307
	(-1,495)	(-0,626)	(-0,307)
Inc	0,0401	-0,179	0,022
	(0,186)	(-1,074)	(0,128)
Dom	1,392***	1,124***	1,251***
	(6,716)	(6,179)	(7,181)
Vol	0,0997	0,305	-0,0324
	(0,466)	(1,671)	(-0,188)
Puiss-4	Cste	Cste	Cste
Puiss4	-0,0995	0,415	0,128
	(-0,361)	(1,139)	(0,452)
Puiss5	0,0055	0,463	-0,0874
	(0,021)	(1,298)	(-0,317)
Puiss6	0,257	0,669*	-0,0637
	(0,914)	(1,847)	(-0,220)
Puiss7	0,0651	0,533	0,0965
	(0,236)	(1,469)	(0,343)
Puiss8	0,355	0,910**	0,214
	(1,237)	(2,481)	(0,735)
Puiss9	0,124	0,573	0,168
	(0,385)	(1,469)	(0,541)
Puiss10P	0,338	0,640	0,215
	(1,021)	(1,570)	(0,674)
Cville1	Cste	Cste	Cste
Cville2	-0,207	-0,424***	-0,238**
	(-1,473)	(-3,149)	(-2,058)
Cville3	-0,371*	-0,195	-0,537***
	(-1,692)	(-1,056)	(-2,608)
Cville4	-0,833**	-0,842***	-0,905***
	(-2,494)	(-3,026)	(-3,447)
Cville5	-0,481	-0,842**	-0,187
	(-1,491)	(-2,321)	(-0,774)
Cville6	0,189	-0,154	0,237
	(0,985)	(-0,793)	(1,624)
Cville7	0,295*	0,125	-0,385**
	(1,768)	(0,704)	(-2,170)

Cville8	-1,025***	-0,744***	-0,903***
	(-3,012)	(-2,829)	(-3,413)
Cvil910	-1,106***	-1,134***	-2,050***
	(-4,632)	(-4,550)	(-6,458)
Cville12	-0,480	-1,223**	-0,549
	(-1,237)	(-2,124)	(-1,379)
Cv132021	-0,494	-0,745**	-0,898***
	(-1,921)	(-2,558)	(-3,558)
Cv141517	-0,837	-0,384	-1,475**
	(-1,562)	(-0,986)	(-2,321)
Ck161819	-0,528**	-0,311	-1,119***
	(-1,976)	(-1,288)	(-3,485)
Cvil2122	-1,254**	-0,727**	-1,689***
	(-2,376)	(-2,571)	(-3,505)
Agev-3	Cste	Cste	Cste
Agev3à5	0,420**	-0,124	-0,104
	(2,262)	(-0,761)	(-0,681)
Agev6à8	0,222	0,0897	0,468***
	(1,280)	(0,571)	(3,330)
Agev9à11	0,359**	-0,0508	0,217*
	(2,157)	(-0,352)	(1,837)
Agev12à14	0,226	-0,0647	0,227*
	(1,193)	(-0,420)	(1,712)
Agev15à17	0,0362	0,160	0,155
	(0,155)	(0,820)	(0,896)
Agev18P	0,150	0,272	0,375**
	(0,609)	(1,401)	(2,197)
France	Cste	Cste	Cste
Italie	-0,0704	-0,202	0,00338
	(-0,372)	(-1,094)	(0,020)
Allemand	-0,202*	-0,0458	0,126
	(-1,840)	(-0,452)	(1,352)
Anglaise	0,185	-0,723	0,467
	(0,390)	(-1,152)	(1,411)
Asie	-1,148**	0,477*	0,337
	(-2,124)	(1,777)	(1,278)
Est	-0,0452	0,562	-1,176
	(-0,084)	(1,030)	(-1,122)
Marqdiv	0,417	0,287	0,117
	(0,931)	(0,817)	(0,257)
ALPHA	0,446	0,717***	0,790***
	(1,629)	(2,685)	(3,159)
Nombre	7542	8498	9868
Log-Likelihood	-1964,434	-2291,224	-2549,559

Régression 6
Estimation de la binomiale négative avec composante de régression sans tenir compte de l'âge de l'automobile et avec le même nombre d'observations que celle en tenant compte de l'âge de l'automobile

Variables	Coefficients estimés 1991/92	Coefficients estimés 1992/93	Coefficients estimés 1993/94
Constante	-2,526***	-2,932***	-2,419***
	(-8,973)	(-7,825)	(-8,360)
SexeM	Cste	Cste	Cste
SexeF	-0,202	-0,0717	-0,0529
	(-1,642)	(-0,665)	(-0,530)
Inc	0,0481	-0,187	0,0292
	(0,225)	(-1,132)	(0,171)
Dom	1,242***	1,101***	1,096***
	(6,952)	(6,686)	(6,593)
Vol	0,103	0,297	-0,0303
	(0,483)	(1,629)	(-0,179)
Puiss-4	Cste	Cste	Cste
Puiss4	-0,0765	0,377	0,0824
	(-0,285)	(1,055)	(0,299)
Puiss5	-0,00368	0,479	-0,0809
	(-0,014)	(1,353)	(-0,297)
Puiss6	0,240	0,676*	-0,0711
	(0,864)	(1,881)	-0,249
Puiss7	0,0624	0,552	0,122
	(0,228)	(1,535)	0,437
Puiss8	0,317	0,975***	0,226
	(1,133)	(2,683)	(0,780)
Puiss9	0,0987	0,622	0,174
	(0,311)	(1,613)	(0,562)
Puiss10P	0,289	0,681*	0,198
	(0,877)	(1,679)	(0,623)
Cville1	Cste	Cste	Cste
Cville2	-0,210	-0,388***	-0,182
	(-1,544)	(-3,019)	(-1,617)
Cville3	-0,358*	-0,177	-0,512**
	(-1,663)	(-0,965)	(-2,496)
Cville4	-0,798**	-0,841***	-0,882***
	(-2,408)	(-3,052)	(-3,392)

Cville5	-0,445	-0,840**	-0,163
	(-1,387)	(-2,330)	(-0,674)
Cville6	0,190	-0,145	0,239
	(0,995)	(-0,752)	(1,643)
Cville7	0,306*	0,136	-0,375**
	(1,854)	(0,772)	(-2,138)
Cville8	-1,036***	-0,721***	-0,866**
	(-3,050)	(-2,791)	(-3,267)
Cvil910	-1,114***	-1,095***	-1,99***
	(-4,700)	(-4,468)	(-6,311)
Cville12	-0,471	-1,089	-0,503
	(-1,220)	(-2,066)	(-1,259)
Cv132021	-0,492*	-0,721**	-0,880***
	(-1,936)	(-2,497)	(-3,501)
Cv141517	-0,816	-0,382	-1,448**
	(-1,523)	(-1,004)	(-2,270)
Ck161819	-0,534**	-0,277	-1,056***
	(-2,019)	(-1,154)	(-3,353)
Cvil2122	-1,244**	-0,703**	-1,640***
	(-2,367)	(-2,556)	(-3,404)
France	Cste	Cste	Cste
Italie	-0,0307	-0,223	0,0228
	(-0,164)	(-1,226)	(0,139)
Allemand	-0,189*	-0,0923	0,113
	(-1,819)	(-0,953)	(1,253)
Anglaise	0,202	-0,749	0,519
	(0,436)	(-1,188)	(1,560)
Asie	-1,145**	0,423	0,300
	(-2,150)	(1,587)	(1,175)
Est	0,0225	0,509	-1,149
	(0,042)	(0,929)	(-1,101)
Marqdiv	0,397	0,254	0,0919
	(0,898)	(0,725)	(0,202)
Alpha	0,459*	0,725***	0,832***
	(1,655)	(2,765)	(3,296)
Nombre d'observations	7542	8498	9868
Log-Likelihood	-1969,257	-2294,603	-2558,447

Test 1
Test des distributions Poisson et binomiale négative univariées pour la période 1990/91

Nombre d'accidents individuels pour une période donnée	Nombre d'individus observés ayant k accidents pour 1990/91	Nombre prédit d'individus ayant k accidents pour 1990/91	
		Poisson	Binomiale négative
		$\hat{\lambda} = 0{,}07074$	$\hat{a} = 0{,}9445$, $\hat{\tau} = 11{,}228$
0	6 964	6 939,80	6 964,71
1	541	583,78	537,96
2	38	24,55	42,77
3	6	0,69	3,72
4+	0	0,01	0,30
		$x^2 = 50{,}49$	$x^2 = 1{,}52$
		$x^2_{2,95\,\%} = 5{,}99$	$x^2_{1,95\,\%} = 3{,}84$
		LL = -2 244,061	LL = -2 232,939

Test 2
Test des distributions Poisson et binomiale négative univariées pour la période 1991/92

Nombre d'accidents individuels pour une période donnée	Nombre d'individus observés ayant k accidents pour 1991/92	Nombre prédit d'individus ayant k accidents pour 1991/92	
		Poisson	Binomiale négative
		$\hat{\lambda} = 0{,}08259$	$\hat{a} = 0{,}9538$, $\hat{\tau} = 11{,}548$
0	6 912	6 888,83	6 912,17
1	526	568,95	525,38
2	41	23,49	40,90
3	2	0,65	3,21
4	1	0,01	0,25
5+	0	0	0,02
		$x^2 = 19{,}628$	$x^2 = 0{,}0040$
		$x^2_{2,95\,\%} = 5{,}99$	$x^2_{1,95\,\%} = 3{,}84$
		LL = -2 194,329	LL = -2 183,983

Test 3
Test des distributions Poisson et binomiale négative univariées pour la période 1992/93

Nombre d'accidents individuels pour une période donnée	Nombre d'individus observés ayant k accidents pour 1992/93	Nombre prédit d'individus ayant k accidents pour 1992/93	
		Poisson	Binomiale négative
		$\hat{\lambda} = 0{,}070736$	$\hat{a} = 1{,}3806$, $\hat{\tau} = 19{,}5176$
0	8 998	8 975,77	8 995,053
1	607	634,91	605,281
2	33	22,45	35,115
3	3	0,53	1,928
4+	0	0,01	0,10
		$x^2 = 8{,}637$	$x^2 = 0{,}0410$
		$x^2_{2,95\,\%} = 5{,}99$	$x^2_{1,95\,\%} = 3{,}84$
		LL = -2516,697	LL = -2 511,578

Test 4
Test des distributions Poisson et binomiale négative univariées pour la période 1993/94

Nombre d'accidents individuels pour une période donnée	Nombre d'individus observés ayant k accidents pour 1993/94	Nombre prédit d'individus ayant k accidents pour 1993/94	
		Poisson	Binomiale négative
		$\hat{\lambda} = 0{,}074088$	$\hat{a} = 0{,}76552$, $\hat{\tau} = 10{,}332$
0	9 520	9 488,33	9 520,314
1	645	702,96	643,129
2	48	26,045	50,099
3	4	0,6430	4,075
4	1	0,0119	0,338
5+	0	0	0,028
		$X^2 = 30{,}793$	$x^2 = 0{,}049$
		$x^2_{2,95\,\%} = 5{,}99$	$x^2_{1,,95\,\%} = 3{,}84$
		LL = -2 770,741	LL = -2 753,939

Test 5
Test des distributions Poisson et binomiale négative univariées
pour la période 1994/95

Nombre d'accidents individuels pour une période donnée	**Nombre d'individus observés ayant k accidents pour 1994/95**	**Nombre prédit d'individus ayant k accidents pour 1994/95**	
		Poisson	Binomiale négative
		$\hat{\lambda}$=0,072861	$\hat{a}$=0,7160, $\hat{\tau}$ = 9,827
0	10 679	10 642,619	10 679,593
1	710	775,431	706,239
2	51	28,2493	55,965
3	6	0,68609	4,679
4	1	0,01249	0,401
5+	0	0	0,035
		x^2 = 80,807	x^2 = 1,155
		$x^2_{2,95\ \%}$ = 5,99	$x^2_{1,95\ \%}$ = 3,84
		LL = -3 067,733	LL = -3 047,120

BIBLIOGRAPHIE

Amemiya Takeshi 1981. Qualitative Response Models: A survey. *Journal of Economic Literature*, p. 1483-1536.

Boulanger F. 1994. *Cours avancé sur l'assurance automobile: tarification, sélection des risques et autres applications*.

Boyer, M., Dionne G. and Vanasse C. 1992. Econometric Models of Accident Distributions. In G. Dionne (Ed.) *Contributions to Insurance Economics*, Kluwer Academics Press.

Bressand C. 1990. La tarification de l'assurance de responsabilité civile automobile VII$^{\text{ième}}$ journées de microéconomie appliquée. Université du Québec à Montréal 25-26 mai.

Bressand C. 1993. A propos de la tarification de l'assurance automobile. *Économie et Prévision*, 75-96.

Cameron A. C. and Trivedi P. 1986. Econometric Models Based on Count Data: Comparisons and Application of Some Estimators and Tests. *Journal of Applied Econometrics*, Vol 1, 29-53.

Cameron A. C. and Trivedi P. 1990. Regression-based Tests for Overdispersion in the Poisson Model. *Journal of Econometrics* 46, p. 347-364.

Dionne G., Gourieroux C. and Vanasse C. 2001. Testing for Evidence of Adverse Selection in Automobile Insurance Markets : A Comment. *Journal of Political Economy* 109, 444-453.

Dionne, G. and Lasserre P. 1985. Adverse Selection, Repeated Insurance Contracts and Annoucement Strategy. *Review of Economic Studies*, vol 50, p.719-723.

Dionne G., Vanasse C. 1989. A Generalization of Automobile Rating Models: the Negative Binomial Distribution with a Regression Component. *Astin Bulletin* 19, 199-212.

Dionne, G. and Vanasse C. 1992. Automobile Insurance Ratemaking in the Presence of Asymmetrical Information. *Journal of Applied Econometrics*, vol 7, 149-165.

Dionne G., Maurice M., Pinquet J. and Vanasse C. 2001. The Role of Memory and Saving in Long Term Contracting with Moral Hazard: An Empirical Evidence in Automobile Insurance. Mimeo, Risk Management Chair, HEC–Montreal.

Fedération Tunisienne des Sociétés d'assurances 1994. Rapports annuels 92, 93, 94.

Felli, M. 1995. Le système bonus-malus, trois ans après, Journal *La Presse*, 14 juin.

Ferreira J. 1974. The Long Term Effect of Merit-rating Plans on Individual Motorits. *Operations Research*, 22, 954-978.

Gilbert, G.C. 1979. Econometric Models for Discrete Econometric Processes, paper given at the European Meeting of the Econometric Society, Athens.

Gourieroux 1989. *Économétrie des variables qualitatives*, 2[nd] Economica. Paris.

Greene W. Limdep. Version 7.0. *User's Manual*.

Gurmu S. and Trivedi P.K. 1994. Recent Developments in Models of Event Counts: a Survey. Mimeo, University of Virginia and Indiana University.

Hausman J.A. 1978. Specification Tests in Econometrics. *Econometrica* vol. 46.

Hausman J., Hall B. et Griliches, Z. 1984. Econometric Models for Count Data with an Application to the Patents-R&D Relationship. *Econometrica* 52, 909-938.

Henriet D. and Rochet J.C. 1986. La logique des systèmes Bonus-Malus en assurance automobile: une approche théorique. *Annales d'Économie et de Statistique*, n°1, p. 133-152.

I.A.C.E. et F.T.U.S.A. 1998. Colloque : L'assurance facteur de développement de l'entreprise. Rapport Juin 1998.

Lemaire J. 1985. *Automobile Insurance. Actuarial Models*. Boston: Kluwer-Nijhoff Publishing.

Lemaire J. 1995. Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance. Kluwer Academic Publishers.

McCullah P. and J.A. Nelder, 1983. *Generalized Linear Models*. Chapman and Hall, London.

Maddala G.S. 1983. *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics*. Cambridge University Press.

Richaudeau D. 1996. Modélisation du risque d'accident automobile. Mimeo, Inrests.

Richaudeau D. 1999. Automobile Insurance Contract and Risk of Accident: An Empirical Test Using French Individual Data. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 24: 97-114.

SCOR notes 1995. Segmentation et tarification en assurance automobile.

Van der Laan, B. S. 1988. Modelling Total Costs of Claims of Non-Life Insurance, Eburon, Delft.

Van Eeghan, J., E. K. Greup, and J. A. Nijssen 1983. Surveys of Actuarial Studies: Rate Making, Research Department, Nationale-Nederlanden, N.V.

Vitas D. 1995. Tunisia's Insurance Sector. Policy Research Working paper 1451. The World Bank Financial Sector Development Department.

Winkelmann R. 1994. *Count Data Models: Econometric Theory and Application to Labor Mobility*. Springer -Verlag.